

مراجع سوالات و محتوای آموزشی

از ابتدایی تا کنوار

زبان خارجی

کامپیوتر و فناوری

www.novinmad.ir

[کلیک کنید]



سال نهم

(فصل چهارم)

درسنامه و نکات کلیدی

توان و ریشه

$$4 \times 4 \times 4 = 4^3$$

توان
پایه

توان: اگر عددی چند بار در خودش ضرب شود برای خلاصه نویسی از توان استفاده می‌شود.

$$a \times a \times \dots \times a = a^n$$

n بار

مانند:

ضرب اعداد توان دار: (الف) اگر پایه‌ها برابر باشند: یکی از پایه‌ها را نوشته و توان‌ها را با هم جمع می‌کنیم.

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$4^7 \times 4^3 = 4^{10}$$

مانند:

(ب) اگر توان‌ها برابر باشند: یکی از توان‌ها را نوشته و پایه‌ها را در هم ضرب می‌کنیم.

$$a^m \times b^m = (ab)^m$$

$$12^7 \times 3^7 = 36^7$$

مانند:

تقسیم اعداد توان دار: (الف) اگر پایه‌ها برابر باشند: یکی از پایه‌ها را نوشته و توان‌ها را از هم کم می‌کنیم.

$$a^m \div a^n = a^{m-n}$$

$$\frac{9^5}{9^3} = 9^2$$

مانند:

(ب) اگر توان‌ها برابر باشند: یکی از توان‌ها را نوشته و پایه‌ها را بر هم تقسیم می‌کنیم.

$$a^m \div b^m = \left(\frac{a}{b}\right)^m$$

$$20^8 \div 4^8 = 5^8$$

مانند:

نکته: اگر در ضرب و تقسیم اعداد توان دار پایه‌ها و توان‌ها برابر نباشند از **تجزیه** استفاده می‌کنیم.

$$4^6 \times 2^3 = (2^2)^8 \times 2^3 = 2^{19}$$

تجزیه

$$9^2 \div 27 = (3^2)^2 \div 3^3 = 3$$

تجزیه

مانند:

نکته: اگر اعداد توان دار مثل هم باشند و بین آن‌ها علامت جمع باشد آن عبارت را تبدیل به ضرب می‌کنیم.

$$2^6 + 2^6 = 2 \times 2^6 = 2^7$$

$$9^5 + 9^5 + 9^5 = 3 \times 9^5 = 3^{11}$$

تجزیه

مانند:

$$a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$$

توان منفی: برای به دست آوردن توان منفی عدد پایه را معکوس کرده تا به توان مثبت تبدیل شود.

نکته: تمام قواعد اعداد توان دار برای اعداد با توان منفی صدق می‌کند.

نکته: اگر عدد صحیحی (غیر از صفر) از صورت به مخرج و یا از مخرج به صورت انتقال داده شود توان آن قرینه می‌شود.

مثال: حاصل هر عبارت را به صورت توان طبیعی (توان مثبت) بنویسید.

$$5^{-6} = \left(\frac{1}{5}\right)^6$$

$$3^{-4} \times 3^2 \div 27 = 3^{-4} \cancel{\times 3^2} \div 3^3 = 3^{-5} = \left(\frac{1}{3}\right)^5$$

$$\frac{2^{-6}}{5^2 \times 4^{-6}} = \frac{5^{-6}}{5^2} = 5^{-8} = \left(\frac{1}{5}\right)^8$$

$$\frac{4^7 \times 3^{-6}}{3^3 \times 4^{-2}} = \frac{4^7 \times 4^2}{3^3 \times 3^6} = \frac{4^9}{3^9} = \left(\frac{4}{3}\right)^9$$

سال نهم

(فصل چهارم)

درسنامه و نکات کلیدی

توان و ریشه

نکته: هر عدد (غیر از صفر) به توان صفر باشد حاصل عدد یک است.

$$\text{مثال: } \text{حاصل عبارت مقابل را به دست آورید?}$$

$$\frac{1}{\sqrt[4]{9+1}} = \frac{1}{\sqrt[4]{40-1}} = \frac{1}{\sqrt[4]{39}} = \frac{1}{\sqrt[4]{9^3}} = \frac{1}{9^{\frac{3}{4}}}$$

نماد علمی: برای محاسبه ساده‌تر اعداد خیلی بزرگ و اعداد خیلی کوچک آن‌ها را به صورت توانی از عدد ۱۰ می‌نویسیم.

نکته: به طور کلی نماد علمی هر عدد اعشاری مثبت به صورت $a \times 10^n$ است که در آن $1 \leq a < 10$ و n عدد صحیح است.

الف) نماد علمی اعداد خیلی بزرگ (توان مثبت): ابتدا یک رقم از سمت چپ جدا کرده سپس به تعداد رقم‌های بعد از ممیز توانی از عدد ۱۰ می‌نویسیم.

$$\text{مانند:}$$

$$\text{رقم} \quad 4 \quad \text{رقم} \quad 4$$

$$24100000 = 3/41 \times 10^8 \quad 14752/93 = 1/475293 \times 10^4$$

ب) نماد علمی اعداد خیلی کوچک (توان منفی): ابتدا یک رقم مخالف صفر از سمت چپ جدا کرده سپس به تعداد رقم‌های قبل از ممیز توانی از عدد ۱۰ می‌نویسیم.

$$\text{مانند:}$$

$$\text{رقم} \quad 6 \quad \text{رقم} \quad 6$$

$$0/000037 = 3/7 \times 10^{-6} \quad 0/00678 = 6/78 \times 10^{-3}$$

مثال: حاصل عبارت زیر را به صورت نماد علمی بنویسید.

$$53000 \times 0/00027 = \underline{5}/\underline{3} \times \underline{10^5} \times \underline{2}/\underline{7} \times \underline{10^{-4}} = 14/32 \times 10^1 = 1/432 \times 10^2$$

ریشه‌گیری: الف) ریشه دوم اعداد: هر عدد دارای دو ریشه دوم است: (یکی مثبت و دیگری منفی)

$$\text{مانند:}$$

$$4^2 = (-4)^2 = \sqrt{16} = 4 \quad \text{(ریشه‌های دوم ۱۶ برابر است با ۴ و -۴)}$$

نکته: اعداد منفی جذر (ریشه دوم) ندارند. (چون مجدول دو عدد مثل هم هیچ وقت منفی نمی‌شود)

ب) ریشه سوم اعداد: هر عدد دارای یک ریشه سوم است.

نکته: اگر a یک عدد حقیقی باشد ریشه سوم آن را به صورت $\sqrt[3]{a}$ نشان می‌دهیم.

$$\text{مانند:}$$

$$3^3 = 27 \Rightarrow \sqrt[3]{27} = 3 \quad \text{و} \quad (-3)^3 = -27 \Rightarrow \sqrt[3]{-27} = -3$$

مثال: حاصل جذر های زیر را به دست آورید.

$$\sqrt[3]{64 \times \frac{1}{9}} = 8 \times \frac{1}{\sqrt[3]{3}} = \frac{8}{\sqrt[3]{3}}$$

$$\sqrt[4]{-125} = 4 \times -5 = -20$$

$$\sqrt[3]{64} \times \sqrt[3]{-64} = 8 \times -4 = -32$$

$$\sqrt[3]{0/001} \times \sqrt[3]{\sqrt{16}} = 0/1 \times 2 = 0/2$$

سال نهم

(فصل چهارم)

درسنامه و نکات کلیدی

توان و ریشه

ضرب و تقسیم رادیکال ها: اگر دو رادیکال دارای ریشه (فرجه) یکسان باشند می توانیم آن ها را در هم ضرب یا بر هم تقسیم کنیم.

نکته: اگر رادیکال ها دارای عدد صحیح باشند ابتدا اعداد صحیح را ضرب یا تقسیم کرده سپس رادیکال ها را ضرب یا تقسیم می کنیم.

مثال: حاصل ضرب و تقسیم های زیر را به دست آورید؟

$$\sqrt{2} \times \sqrt{8} = \sqrt{16} = 2 \times 4 = 8$$

$$\sqrt[3]{50} \div \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{25} = 2 \times 5 = 10$$

$$\sqrt{-2} \times \sqrt[3]{32} = \sqrt[3]{-64} = -4$$

$$\sqrt[3]{54} \div \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{27} = 3 \times 3 = 9$$

ساده کردن رادیکال ها: بعضی از رادیکال ها می توان ساده کرد. به این صورت که برای عدد یک ضربی بنویسیم که یکی از آن اعداد ریشه دوم یا ریشه سوم داشته باشد.

$$\sqrt{20} = \sqrt{4 \times 5} = 2\sqrt{5}$$

ریشه دوم

$$\sqrt[3]{128} = \sqrt[3]{2 \times 64} = 4\sqrt[3]{2}$$

ریشه سوم

$$\sqrt[3]{81} = \sqrt[3]{3 \times 27} = 3\sqrt[3]{3}$$

ریشه سوم

ماضد:

جمع و تفاضل رادیکال ها: اگر قسمت رادیکال ها پس از ساده کردن مثل هم باشند می توانیم آن ها را همانند عبارت های جبری با هم جمع یا تفاضل کنیم.

$$5\sqrt{2} - 6\sqrt{5} + 3\sqrt{2} - 6\sqrt{2} - 3\sqrt{5} = 2\sqrt{2} - 9\sqrt{5}$$

ماضد:

مثال: عبارت های زیر را ساده کنید.

$$2\sqrt{2} - \sqrt{75} - 3\sqrt{72} + 4\sqrt{3} = \cancel{2\sqrt{2}} - \cancel{\sqrt{3 \times 25}} - \cancel{3\sqrt{2 \times 36}} + \cancel{4\sqrt{3}} = -16\sqrt{2} - \sqrt{3}$$

$$\sqrt{18} + 3\sqrt{-54} + \sqrt[3]{16} - 2\sqrt{8} = \cancel{\sqrt{2 \times 9}} + \cancel{3\sqrt{2 \times -27}} + \cancel{\sqrt[3]{2 \times 8}} - \cancel{2\sqrt{2 \times 4}} = -\sqrt{2} - 7\sqrt[3]{2}$$

گویا کردن مخرج کسرهای رادیکالی: گاهی اوقات برای ساده کردن لازم است مخرج کسر را از حالت رادیکالی بیرون بیاوریم که برای این کار صورت و مخرج را در عددی ضرب می کنیم تا مخرج از حالت رادیکالی خارج شود.

(الف) مخرج کسر دارای ریشه دوم باشد: صورت و مخرج را در همان رادیکال مخرج ضرب می کنیم.

$$\frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{3 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$$

$$\frac{2}{\sqrt[3]{2}} = \frac{2 \times \sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{2}} = \frac{2\sqrt[3]{2}}{2} = \frac{\sqrt[3]{2}}{3}$$

ماضد:

(ب) مخرج کسر دارای ریشه سوم باشد: صورت و مخرج را در همان رادیکال مخرج ضرب کرده با این تفاوت که عدد زیر رادیکال به توان ۳ برسد. برای این کار فرجه را توان کم کرده تا توان عدد زیر رادیکال مشخص شود.

$$\frac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{7}} = \frac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{7}} = \frac{\sqrt[3]{3} \times \sqrt[3]{7^2}}{\sqrt[3]{7}} = \frac{\sqrt[3]{147}}{7}$$

$3 - 1 = 2$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{a^2}} = \frac{1 \times \sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{a^2} \times \sqrt[3]{a}} = \frac{\sqrt[3]{a}}{a}$$

$3 - 2 = 1$

ماضد: