

مراجع سوالات و محتوای آموزشی

از ابتدایی تا کنوار

زبان خارجی

کامپیوتر و فناوری

www.novinmad.ir

[کلیک کنید]



سال نهم

(فصل ششم)

درسنامه و نکات کلیدی

خط و معادله های خطی

معادله خط: رابطه ای است که بین نقاط تشکیل دهنده یک خط وجود دارد.

نکته: فرم کلی معادله خط به صورت $(y = ax + b)$ می باشد.

نکته: در صورتی که نمودار رابطه‌ی بین دو مقدار به صورت خط راست باشد. آن دو مقدار با هم رابطه خطی دارند.

مثال: آیا رابطه بین یک ضلع مربع و محیط مربع رابطه‌ی خطی است؟ چرا؟ بله. چون افزایش یک ضلع مربع با افزایش محیط مربع یک مقدار ثابت است: (ضلع مربع را x و محیط مربع را y در نظر می‌گیریم پس خواهیم داشت: $y = 4x$)

x	۱	۲	۳	۴
$y = 4x$	۴	۸	۱۲	۱۶

مثال: آیا رابطه بین یک ضلع مربع و مساحت مربع رابطه‌ی خطی است؟ چرا؟ خیر. چون افزایش یک ضلع مربع با افزایش مساحت مربع مقدار ثابتی نیست: (ضلع مربع را x و مساحت مربع را y در نظر می‌گیریم بنابرین خواهیم داشت: $y = x^2$)

x	۱	۲	۳	۴
$y = x^2$	۱	۴	۹	۱۶

($y = ax + b$: فرم کلی : ۲) غیر مبدا گذر

($y = ax$: فرم کلی : ۱) مبدا گذر

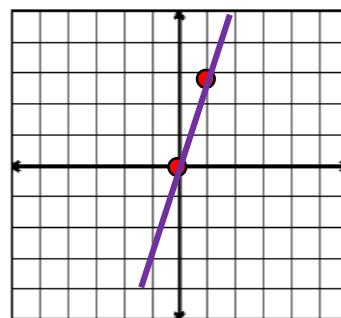
(۳) خطوط موازی با محور ($y = m$, $x = n$: فرم کلی :

رسم یک خط: برای رسم یک خط در دستگاه مختصات نیاز به مختصات دو نقطه است.

نکته: اگر در فرم کلی (استاندارد) معادله خط عدد قبل از x عدد صحیح باشد در جدول به جای x اعداد (صفرو ۱) قرار می‌دهیم و عدد قبل از x عدد کسری باشد به جای x اعداد (صفرو مخرج کسر) قرار می‌دهیم.

مثال: معادله خط $3x = y$ را در دستگاه مختصات رسم کنید.

x	۰	۱
$y = 3x$	۰	۳



سال نهم

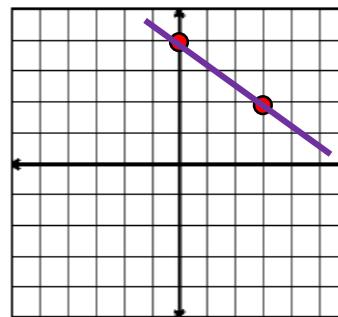
(فصل ششم)

درسنامه و نکات کلیدی

خط و معادله های خطی

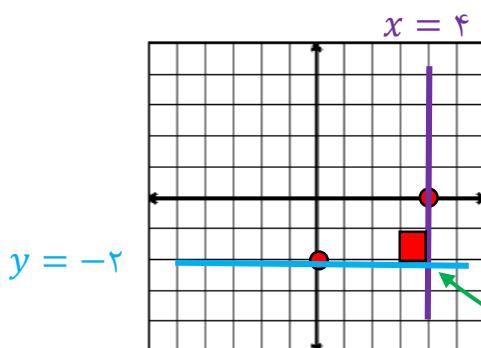
مثال: معادله خط $y = -\frac{2}{3}x + 4$ را در دستگاه مختصات رسم کنید.

$$\begin{array}{c|ccccc} x & & 0 & 3 \\ \hline y = -\frac{2}{3}x + 4 & & 4 & 2 \end{array}$$



خط غیرمبدا گذر

مثال: معادلات خط $y = 4x$ و $y = -2$ را در دستگاه مختصات رسم کنید. (برای رسم این خط ها نیاز به جدول نیست. فقط کافی است هر نقطه داده شده را در دستگاه مختصات مشخص کرد سپس خطی موازی با محور از روی آن نقطه رسم کرد).



خط موازی با محور

زاویه‌ی بین خطوط موازی با محور ۹۰ درجه است.

نکته: شرط این که نقطه روی یک خط قرار گیرد این است که مختصات آن نقطه در معادله خط صدق کند. که برای این کار دو روش وجود دارد:

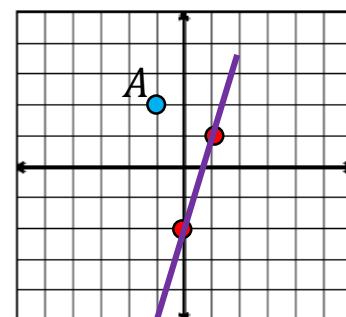
۱) روش تحلیلی (جایگزینی مختصات نقطه در معادله خط)

مثال: آیا نقطه $A = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$ روی خط $y = 3x - 2$ قرار دارد؟

روش تحلیلی: قرار ندارد چون دو طرف تساوی برابر نیست: $(x = -1, y = 2) \Rightarrow 2 = 3(-1) - 2 \Rightarrow 2 \neq -5$

روش ترسیمی: خط داده شده را در دستگاه مختصات رسم کرده سپس نقطه A را نیز در دستگاه مختصات مشخص می‌کنیم:

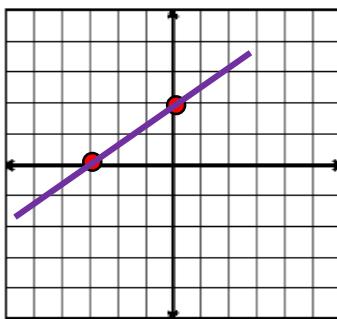
$$\begin{array}{c|ccccc} x & & 0 & 1 \\ \hline y = 3x - 2 & & -2 & 1 \end{array}$$



خط و معادله های خطی

نکته: برای رسم معادلات خطی که به صورت $(ax + by = c)$ هستند. در جدول یک بار به جای x و یک بار به جای y صفر قرار می دهیم.

مثال: معادله خط $-6 - 2x - 3y = 0$ را در دستگاه مختصات رسم کنید.



x	0	-3
$2x - 3y = -6$	2	0

شیب خط: زاویه ای بین سمت راست محور طول ها با خط داده شده را می گویند.

عرض از مبدا: نقطه ای که خط داده شده محور عرض ها را در آن نقطه قطع می کند را عرض از مبدا می گویند.

نکته: در فرم کلی معادله خط $(y = ax + b)$ ضریب x یعنی عدد a شیب خط و عدد b عرض از مبدا نام دارد.

مانند: در معادله خط $1 - \frac{1}{3}x + y = 0$ شیب خط $\frac{1}{3}$ و عدد عرض از مبدا 1 می باشد.

نکته: برای به دست آوردن شیب خط و عرض مبدا باید معادله خط به فرم کلی $(y = ax + b)$ مرتب شود.

مثال: شیب خط و عرض از مبدا معادله های خطی زیر را به دست آورید.

$$2y = 5x - 6 \Rightarrow \frac{2y}{2} = \frac{5x}{2} - \frac{6}{2} \Rightarrow y = \frac{5}{2}x - 3 \Rightarrow \left(\text{عرض از مبدا: } -3, \text{ شیب خط: } \frac{5}{2} \right) \quad \text{الف) } -5x + 2y = -6$$

$$\frac{2y}{2} = \frac{-4x}{2} \Rightarrow y = -2x \Rightarrow \left(\text{عرض از مبدا: } 0, \text{ شیب خط: } -2 \right) \quad \text{ب) } 2y = -4x$$

طول از مبدا: نقطه ای که خط داده شده محور طول ها را در آن نقطه قطع می کند را طول از مبدا می گویند.

نکته: برای به دست آوردن طول از مبدا در معادله خط به جای y صفر قرار می دهیم.

مثال: طول از مبدا معادله خط $-\frac{1}{3}x - \frac{1}{4}y = 0$ را به دست آورید.

$$y = 0 \Rightarrow \frac{1}{3}x - \frac{1}{4}(0) = -5 \Rightarrow \frac{1}{3}x = -5 \Rightarrow x = \frac{-5}{\frac{1}{3}} = -\frac{15}{2} \Rightarrow x = -\frac{15}{2}$$

طول از مبدا: $\frac{15}{2}$

خط و معادله های خطی

نکته: دو خط در صورتی موازی هستند که شیب دو خط قرینه و معکوس یکدیگر باشند یا حاصل ضرب دو شیب خط برابر با ۱ است.

نکته: دو خط در صورتی بر هم عمود هستند که شیب دو خط قرینه و معکوس یکدیگر باشند یا حاصل ضرب دو شیب خط برابر با -۱ است.

$$(y = 2x + 3, y = -\frac{1}{2}x - 2) \quad \text{شیب دو خط برابر}$$

عرض از مبدأ

مثال: معادله خطی بنویسید که با خط $A = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ بگذرد. ابتدا معادله خط را مرتب کرده تا شیب خط مشخص شود:

$$-3y = -x + 5 \Rightarrow \frac{-3y}{-3} = -\frac{x}{-3} + \frac{5}{-3} \Rightarrow y = \frac{1}{3}x - \frac{5}{3} \Rightarrow a = \frac{1}{3}$$

$$y = ax + b \xrightarrow{(a=\frac{1}{3}, b=-\frac{5}{3})} y = \frac{1}{3}x - \frac{5}{3} \quad \text{معادله خط جدید}$$

شیب دو خط قرینه و معکوس

مثال: معادله خطی بنویسید که با خط $B = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$ بگذرد. شیب خط مشخص است

پس باید عرض از مبدأ را به دست آوریم:

$$y = ax + b \xrightarrow{(a=5, x=-1, y=2)} 2 = 5(-1) + b \Rightarrow b = 7$$

$$y = ax + b \xrightarrow{(a=5, b=7)} y = 5x + 7 \quad \text{معادله خط جدید}$$

نکته: برای به دست آوردن شیب خطی که از دو نقطه می‌گذرد از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$a = \frac{\text{تفاضل عرض ها}}{\text{تفاضل طول ها}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

مثال: معادله خطی بنویسید که از نقاط $B = \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix}$ و $A = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ بگذرد.

$$a = \frac{4-3}{-1-2} = -\frac{1}{3}, y = ax + b \xrightarrow{(a=-\frac{1}{3}, x=2, y=3)} 3 = -\frac{1}{3}(2) + b \Rightarrow b = \frac{11}{3}$$

$$y = ax + b \xrightarrow{(a=-\frac{1}{3}, b=\frac{11}{3})} y = -\frac{1}{3}x + \frac{11}{3} \quad \text{معادله خط جدید}$$

نکته: معادله خط محور طول ها ($y = \cdot$) و معادله خط محور عرض ها ($x = \cdot$) و معادله خط نیمساز ربع اول و سوم

و معادله خط نیمساز ربع دوم و چهارم ($y = -x$) می‌باشد.

خط و معادله های خطی

دستگاه معادلات خطی: برای حل دستگاه معادلات خطی از روش های زیر می توان استفاده کرد :

(الف) روش حذفی: در این روش یکی از متغیرها را حذف کرده سپس با جایگزینی متغیر دوم به دست می آید.

$$\begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ -4x + y = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ -4x + y = -1 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \\ \\ \hline \\ \end{array} \quad 7y = 7 \Rightarrow y = 1$$

مثال: دستگاه معادلات دو مجهولی زیر را حل کنید. (روش حذفی)

$$2x + 3(1) = 7 \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = 2$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

(ب) روش جایگزینی (تبديلی): در این روش یکی از معادلات را بحسب یک متغیر مرتب کرده و مقدار آن را در معادله دوم قرار می دهیم.

مثال: دستگاه معادلات دو مجهولی زیر را حل کنید. (روش جایگزینی)

$$\begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ -4x + y = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ -4\left(-\frac{3}{2}y + \frac{7}{2}\right) + y = -1 \end{cases} \quad 6y - 14 + y = -1 \Rightarrow 7y = 7 \Rightarrow y = 1$$

(مقدار x را در معادله پایینی قرار می دهیم)

$$x = -\frac{3}{2}(1) + \frac{7}{2} \Rightarrow x = -\frac{3}{2} + \frac{7}{2} = \frac{4}{2} = 2 \Rightarrow x = 2$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

نکته: برای حل بعضی از مسایل می توان از دستگاه دو مجهولی استفاده کرد و به یکی از روش های آن را حل کرد.

مثال: سن برادر علی ۳ برابر سن او است. و اختلاف سن آن ها ۱۸ سال است. سن هر یک را به دست آورید. (روش جایگزینی)

(سن برادر علی را x و سن علی را y فرض می کنیم).

$$\begin{cases} x = 3y \\ x - y = 18 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 3y \\ 3y - y = 18 \end{cases} \Rightarrow 2y = 18 \Rightarrow y = 9$$

$$x = 3(9) = 27 \Rightarrow x = 27$$

سن برادر علی