

مراجع سوالات و محتوای آموزشی

از ابتدایی تا کنوار

زبان خارجی

کامپیوتر و فناوری

www.novinmad.ir

[کلیک کنید]



	یاد او آرام بخش دل هاست تاریخ : ۱۳۹۶/۱۰/۲ شروع آزمون: ۸ صبح زمان آزمون : ۱۵۰ دقیقه	مرکز ملی پژوهش استعدادهای درخشان دبیرستان پژوهش استعدادهای درخشان علامه حلی ۹ امتحانات: نوبت اول سال تحصیلی ۹۷-۹۶			
دیگر	نام و نام خانوادگی :	پایه و رشته: یازدهم ریاضی	کلاس :		
دریف	سوال				
۱	<p>جاهای خالی را پر کنید و راه حل محاسبه جواب را به صورت خلاصه بنویسید.</p> <p>(۱) مساحت مثلثی با سه راس به مختصات $A(2, 5), B(3, 0), C(0, 2)$ برابر می باشد.</p>				
۲	<p>(۲) اگر x, y دو ضلع قائم از مثلثی به طول وتر $5\sqrt{2}$ باشند، بیشترین مقدار $y + 3x$ مساوی است.</p>				
۳	<p>(۳) مجموعه جواب معادله $x^4 + 2x^2 - 15 = x^4 - 20 - 2x^2 + 5$ به صورت $[a, b]$ است، ab برابر است.</p>				
۴	<p>(۴) اگر در تابع $f(x) = \sqrt{\frac{\sin x - 3}{-3x^2 + bx + 2c}}$ مقادیر c, b به ترتیب برابر و می باشد. $D_f = R - \left\{ \frac{1}{2} \right\}$ داشته باشیم:</p>				
۵	<p>(۵) اگر $g(x) = f(3x - 4), f^{-1}(x) = x + \sqrt{x}$ باشند، حاصل $(f \circ g)^{-1}(x)$ برابر می باشد.</p>				
۱	<p>سه ضلع مثلثی به معادلات $BC: 2y + 3x = 6, AC: y - 2x = 5, AB: 2y - x = 3$ هستند، معادله ارتفاع AH از این مثلث مفروض را بنویسید.</p>				
۲					
۳	<p>ادامه در صفحه</p>				

ردیف	سوال	بارم
۳	دو ضلع یک مستطیل منطبق بر دو خط به معادلات $6 = y - 2x$ و $5 = 2y + x$ و یک راس آن نقطه $(8, 5)$ می باشد، مساحت این مستطیل چقدر است؟	۱
۴	در یک دنباله حسابی که تعداد جملات آن زوج است، مجموع جملات فرد 24 ، مجموع جملات زوج 30 و تفاضل جمله اول از آخر $10/5$ می باشد، تعداد جملات این دنباله را بدست آورید.	۱
۵	در مثلث متساوی الاضلاعی به ضلع واحد، وسط های اضلاع را بطور متواالی به هم وصل می کنیم تا مثلث متساوی الاضلاع جدیدی بوجود آید و این کار را ادامه می دهیم. حداقل تا مرحله چندم می توانیم این عمل را تکرار کنیم تا مجموع محیط های مثلث های بوجود آمده از $5/98$ تجاوز نکند.	۱
۶	معادله درجه دومی بنویسید که ریشه های آن از سه برابر عکس ریشه های معادله $0 = x^2 + 6x + 2$ دو واحد بیشتر باشد.	۱

بارم

فاصله دو شهر واقع در کنار رودخانه ای ۱۴۴ کیلو متر است. یک کشتی از شهر اول به شهر دوم می رود و پس از دو ساعت توقف همین مسیر را برابر می گردد. مدت زمان سفر در مجموع ۱۷ ساعت می باشد. در صورتی که سرعت حرکت کشتی در مسیر جریان آب ۸ کیلومتر در ساعت بیشتر از سرعت آن در خلاف جریان آب باشد، سرعت حرکت کشتی را در جهت حرکت آب تعیین کنید.

۱

۷

۱

۸

$$\sqrt{x+8+2\sqrt{x+7}} + \sqrt{x+1-\sqrt{x+7}} = 4$$

معادله گنگ مقابله را حل کنید.

۱/۵

در کدام بازه از مقادیر x نمودار تابع $y = \sqrt{5+4x-x^2}$ در بالای نمودار تابع $y = |x-3|$ قرار دارد؟

۹

بارم	سوال	ردیف
۱	دامنه تعریف تابع $f(x) = \sqrt{x[-\frac{2x}{15}]}$ را بدست آورید.	۱۰
۱	اگر دو تابع $g(x) = \frac{ax+b}{x^2+cx+d}$ ، $f(x) = \frac{v}{x-3}$ با هم برابر باشند، مقادیر d, c, b, a را محاسبه کنید.	۱۱
۱	برای دو تابع $\frac{f \cdot g}{3-f}$ ، $g(x) = \frac{2}{\sqrt{9-x^2}}$ و $f = \{(-4,1), (-2,5), (0,3), (1,4), (3,2)\}$ را بیابید.	۱۲
۱	اگر g باشد، دامنه تابع gof را بدون تشکیل ضابطه آن بدست آورید.	۱۳

ردیف	سوال	بارم
۱۴	<p>اگر $f(x) = x^4 + 10x + 6$ و $g(x) = x^4 - 6x - 10$ باشد، تابع $gof(x)$ را چنان باید که چنان باید که $g(f(x))$ باشد.</p>	۱
۱۵	<p>نمودار تابع $y = \begin{cases} x^4 - 2x \\ x^4 - x \end{cases}$ رارسم نماید.</p>	۱
۱۶	<p>ضابطه تابع وارون تابع $f(x) = \frac{x^4 x }{x^4 + 1}$ با ضابطه $f^{-1}(x)$ را بدست آورید.</p>	۱

بارم	سؤال	ردیف
۱	فاصله محل برخورد تابع $f(x) = x^5 + x + 1$ با معکوس خود از مبدا مختصات چقدر است؟	۱۷
۲	نمودار تابع $y = x - \left[\frac{x}{3} + 1 \right] + 2$ را در فاصله $(-3, 3)$ رسم نمایید.	۱۸
۳	موفق و پیروز و سر بلند باشید.	۶

	یاد او آرام بخش دل هاست امتحانات: نوبت اول سال تحصیلی ۹۷-۹۶	مرکز ملی پژوهش استعدادهای درخشان دبیرستان پژوهش استعدادهای درخشان علامه حلی ۹	
تاریخ : ۱۳۹۶/۱۰/۲	شروع آزمون: ۸ صبح	نام و نام خانوادگی :	
زمان آزمون : ۱۵۰ دقیقه	دیر: آقای فیضیان	درس: حسابان ۱	کلاس:
بارم	سوال		ردیف
	<p>جاهای خالی را پر کنید و راه حل محاسبه جواب را به صورت خلاصه بنویسید.</p> <p>(۱) مساحت مثلثی با سه راس به مختصات $C(0, 2), B(3, 0), A(2, 5)$ برابر . . . می باشد.</p> $S = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 0 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} 0 + 6 - 15 - 0 - 4 = \frac{13}{2} = 6.5$ <p>(۲) اگر x, y دو ضلع قائم از مثلثی به طول وتر $\sqrt{25}$ باشند، بیشترین مقدار $4y + 3x$ مساوی . . . است.</p> <p>$(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) \geq (ac + bd)^2$ مطابق نامساوی کوشی:</p> $(9+16)(x^2 + y^2) \geq (3x + 4y)^2 \Rightarrow (3x + 4y)^2 \leq 25 \times 5 \Rightarrow 3x + 4y \leq 25\sqrt{2}$ <p>(۳) مجموعه جواب معادله $[a, b] = [x^4 + 2x^2 - 15, x^4 - 20]$ به صورت ab است، با ab برابر . . . است.</p> $ x^4 + 2x^2 - 15 + -2x^2 - 5 = x^4 - 20 \Rightarrow (x^4 + 2x^2 - 15)(-2x^2 - 5) \geq 0 \Rightarrow x^4 + 2x^2 - 15 \leq 0 \Rightarrow$ $(x^2 + 5)(x^2 - 3) \leq 0 \Rightarrow (x^2 - 3) \leq 0 \Rightarrow -\sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{3} \Rightarrow ab = -3$ <p>(۴) اگر در تابع $f(x) = \sqrt{\frac{\sin x - 3}{-3x^2 + bx + 2c}}$ مقادیر c, b به ترتیب باشیم: $D_f = R - \left\{-\frac{1}{\sqrt{3}}\right\}$ داشته باشیم، b به ترتیب برابر . . . و . . . می باشد.</p> $-3x^2 + bx + 2c = -3\left(x - \frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 = -3x^2 + 3x - \frac{3}{4} \Rightarrow b = 3, c = -\frac{3}{8}$ <p>(۵) اگر $g(x) = f(3x - 4), f^{-1}(x) = x + \sqrt{x}$ باشند، حاصل $(16) g^{-1} = f$ برابر . . . می باشد.</p> $f^{-1}(16) = 16 + 4 = 20 \Rightarrow 3x - 4 = 20 \Rightarrow x = 8$ <p>سه ضلع مثلثی به معادلات $BC: 2y + 3x = 6, AC: y - 2x = 5, AB: 2y - x = 3$ هستند، معادله ارتفاع AH از این مثلث مفروض را بنویسید.</p> $\begin{cases} 2y - x = 3 \\ y - 2x = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -4y + 2x = -6 \\ y - 2x = 5 \end{cases} \Rightarrow y = \frac{1}{3} \Rightarrow x = \frac{-7}{3} \Rightarrow A\left(\frac{-7}{3}, \frac{1}{3}\right)$ $2y + 3x = 6 \Rightarrow y = -\frac{3}{2}x + 3 \Rightarrow m_{BC} = -\frac{3}{2} \Rightarrow m_{AH} = \frac{2}{3}$ $AH: y - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}\left(x + \frac{7}{3}\right) \Rightarrow 2y - 6x = 17$	۱	

دو ضلع یک مستطیل منطبق بر دو خط به معادلات $2x - y = 6$ و $2y + x = 7$ و یک راس آن نقطه (λ, μ) می باشد، مساحت این مستطیل چقدر است؟

$$\begin{cases} BC : 2y + x = 6 \\ CD : 2x - y = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + 2y - 6 = 0 \\ 2x - y - 7 = 0 \end{cases} \Rightarrow AB = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \quad \text{۰/۲۵}$$

۱

۳

$$AB = \frac{|8 + 10 - 6|}{\sqrt{1+4}} = \frac{12}{\sqrt{5}}, AD = \frac{|16 - 5 - 7|}{\sqrt{1+4}} = \frac{4}{\sqrt{5}} \Rightarrow S = \frac{12}{\sqrt{5}} \times \frac{4}{\sqrt{5}} = \frac{48}{5} = 9.6 \quad \text{۰/۲۵}$$

۰/۲۵

۰/۲۵

در یک دنباله حسابی که تعداد جملات آن زوج است، مجموع جملات فرد ۲۴، مجموع جملات زوج ۳۰ و تفاضل جمله اول از آخر ۱۰/۵ می باشد، تعداد جملات این دنباله را بدست آورید.

$$\begin{cases} a_1 + a_2 + \dots + a_n = 30 \\ a_1 + a_3 + \dots + a_{n-1} = 24 \end{cases} \Rightarrow (a_2 - a_1) + \dots + (a_n - a_{n-1}) = 6 \Rightarrow \frac{n}{2}d = 6 \Rightarrow nd = 12 \quad \text{۰/۱۵}$$

۱

۴

$$a_n - a_1 = 10/5 \Rightarrow a_1 + (n-1)d - a_1 = 10/5 \Rightarrow nd - d = 10/5 \Rightarrow 12 - d = 10/5 \Rightarrow d = 1/5 \quad \text{۰/۲۵}$$

$$1/5n = 12 \Rightarrow n = 8$$

۰/۲۵

در مثلث متساوی الاضلاعی به ضلع واحد، وسط های اضلاع را بطور متواالی به هم وصل می کنیم تا مثلث متساوی الاضلاع جدیدی بوجود آید و این کار را ادامه می دهیم. حداکثر تا مرحله چندم می توانیم این عمل را تکرار کنیم تا مجموع محیط های مثلث های بوجود آمده از $5/98$ تجاوز نکند.

$$S_n \leq 5/98 \Rightarrow \frac{\frac{3}{2}(1 - (\frac{1}{2})^n)}{1 - \frac{1}{2}} \leq 5/98 \Rightarrow 6 - 6(\frac{1}{2})^n \leq 5/98 \Rightarrow 6(\frac{1}{2})^n \geq \frac{2}{100} \Rightarrow \frac{1}{2^n} \geq \frac{1}{300} \Rightarrow \text{۰/۲۵}$$

۰/۱۵

$$2^n \leq 300 \Rightarrow n \leq 8$$

۰/۲۵

۱

۵

معادله درجه دومی بنویسید که ریشه های آن از سه برابر عکس ریشه های معادله $x^2 + 6x + 2 = 0$ و واحد بیشتر باشد.

$$y = \frac{3}{x} + 2 \Rightarrow y - 2 = \frac{3}{x} \Rightarrow \frac{x}{3} = \frac{1}{y-2} \Rightarrow x = \frac{3}{y-2} \quad \text{۰/۱۵}$$

۱

۶

$$\frac{9}{(y-2)^2} + \frac{18}{y-2} + 2 = 0 \Rightarrow 9(y-2)^2 + 18(y-2) + 9 = 0 \Rightarrow 9y^2 - 36y + 81 + 18y - 36 + 9 = 0$$

$$9y^2 + 18y - 18 = 0 \Rightarrow 9x^2 + 18x - 18 = 0$$

۰/۱۵

فاصله دو شهر واقع در کنار رودخانه ای ۱۴۴ کیلو متر است. یک کشتی از شهر اول به شهر دوم می رود و پس از دو ساعت توقف همین مسیر را برابر می گردد. مدت زمان سفر در مجموع ۱۷ ساعت می باشد. در صورتی که سرعت حرکت کشتی در مسیر جريان آب ۸ کیلومتر در ساعت بیشتر از سرعت آن در خلاف جريان آب باشد، سرعت حرکت کشتی را در جهت حرکت آب تعیین کنید.

$$\frac{144}{x} + \frac{144}{x - 8} = 17 \Rightarrow \frac{48}{x} + \frac{48}{x - 8} = 5 \xrightarrow{\times x(x-8)} 48x - 48 \times 8 + 48x = 5x^2 - 40x \Rightarrow$$

•/25

$$5x^2 - 136x + 48 \times 8 = 0 \Rightarrow 25x^2 - 136(5x) + 16 \times 120 = 0 \Rightarrow (5x - 12)(5x - 16) = 0$$

•/25

$$\begin{cases} x = 24 \\ x = \frac{16}{5} \end{cases}$$

غایق •/15

۷

معادله گنگ مقابل را حل کنید.

$$\sqrt{x+8+2\sqrt{x+v}} + \sqrt{x+1-\sqrt{x+v}} = 4$$

$$\sqrt{x+v} = t \Rightarrow x = t^2 - v$$

•/25

$$\sqrt{t^2 + 1 + 2t} + \sqrt{t^2 - 6 - t} = 4 \Rightarrow \sqrt{t^2 - t - 6} = 4 - t \Rightarrow t^2 - t - 6 = t^2 - 8t + 16 \Rightarrow t = 4$$

•/15

$$\sqrt{x+v} = 4 \Rightarrow x+v = 16 \Rightarrow x = 12$$

•/25

۸

در کدام بازه از مقادیر x نمودار تابع $y = \sqrt{5+4x-x^2}$ قرار دارد؟

$$\sqrt{5+4x-x^2} > |x-3| + 2 \Rightarrow 5+4x-x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 - 4x - 5 \leq 0 \Rightarrow D = [-1, 5]$$

$$x \geq 3 \Rightarrow \sqrt{5+4x-x^2} > x-1 \Rightarrow 5+4x-x^2 > x^2 - 2x + 1 \Rightarrow x^2 - 4x - 4 < 0 \Rightarrow$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2} \Rightarrow \frac{3 - \sqrt{17}}{2} < x < \frac{3 + \sqrt{17}}{2} \xrightarrow{\cap_{x \geq 3}} A_1 = \left(3, \frac{3 + \sqrt{17}}{2}\right)$$

•/15

۹

$$x < 3 \Rightarrow \sqrt{5+4x-x^2} > 5-x \Rightarrow 5+4x-x^2 > x^2 - 10x + 25 \Rightarrow x^2 - 8x + 20 < 0 \Rightarrow$$

$$x = 2, 5 \Rightarrow 2 < x < 5 \xrightarrow{\cap_{x < 3}} A_2 = (2, 3)$$

•/15

$$A_1 \cup A_2 = \left(2, \frac{3 + \sqrt{17}}{2}\right)$$

•/25

۱	دامنه تعریف تابع $f(x) = \sqrt{x[-\frac{2x}{15}]}$ را بدست آورید.	ردیف ۱۰
۱	$x[-\frac{2x}{15}] \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ [-\frac{2x}{15}] = 0 \Rightarrow 0 \leq -\frac{2x}{15} < 1 \Rightarrow 0 \leq -2x < 15 \Rightarrow -\frac{15}{2} < x \leq 0 \end{cases} \Rightarrow D = (-\frac{15}{2}, 0]$	۰/۵
۱	اگر دو تابع $g(x) = \frac{ax+b}{x^2+cx+d}$, $f(x) = \frac{v}{x-u}$ با هم برابر باشند، مقادیر d, c, b, a را محاسبه کنید.	۱۱
۱	$x^2 + cx + d = (x-u)^2 = x^2 - 2ux + u^2 \Rightarrow \begin{cases} c = -2u \\ d = u^2 \end{cases}$	۰/۵
	$ax + b = v(x-u) = vx - vu \Rightarrow \begin{cases} a = v \\ b = -vu \end{cases}$	
۱	برای دو تابع $\frac{f \cdot g}{v-f}$ ، $g(x) = \frac{v}{\sqrt{u-x^2}}$ و $f = \{(-4, 1), (-2, 5), (0, 3), (1, 4), (3, 2)\}$ را بیابید.	۱۲
۱	$g = \{(-2, \frac{v}{\sqrt{5}}), (0, \frac{v}{\sqrt{3}}), (1, \frac{v}{\sqrt{8}}), \dots\} = \{(-2, \frac{2\sqrt{5}}{5}), (0, \frac{v}{\sqrt{3}}), (1, \frac{\sqrt{2}}{2}), \dots\}$	۰/۲۵
	$f \cdot g = \{(-2, 2\sqrt{2}), (0, 2), (1, 2\sqrt{2})\}, v-f = \{(-2, -2), (0, 0), (1, -1), \dots\}$	۰/۵
	$\frac{f \cdot g}{v-f} = \{(-2, -\sqrt{5}), (1, -2\sqrt{2})\}$	۰/۲۵
	اگر $g(x) = \sqrt{1-x^2}$, $f(x) = 4x^2 - 1$ باشند، دامنه تابع gof را بدون تشکیل ضابطه آن بدست آورید.	ردیف ۱۳
۱	$D_{gof} = \{x \in D_f ; f(x) \in D_g\} = \{x \in R ; 4x^2 - 1 \in [-1, 1]\}$	۰/۵
۱	$-1 \leq 4x^2 - 1 \leq 1 \Rightarrow 0 \leq 4x^2 \leq 2 \Rightarrow x^2 \leq \frac{1}{2} \Rightarrow -\frac{\sqrt{2}}{2} \leq x \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$	۰/۲۵
	$D_{gof} = \{x \in R ; 4x^2 - \frac{\sqrt{2}}{2} \leq x \leq \frac{\sqrt{2}}{2}\} = [-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}]$	۰/۲۵

اگر $gof(x) = x^4 + 10x + 6$ باشد، تابع $f(x)$ را چنان باید که $g(f(x)) = x^4 - 6x - 10$ باشد.

$$g(f(x)) = f^4(x) - 6f(x) - 10 = x^4 + 10x + 6 \xrightarrow{+16} f^4(x) - 6f(x) + 6 = x^4 + 10x + 26 \Rightarrow$$

•/۲۵

$$(f(x) - 4)^4 = (x + 5)^4 \Rightarrow |f(x) - 4| = |x + 5| \Rightarrow \begin{cases} f(x) - 4 = x + 5 \Rightarrow f(x) = x + 9 & \text{•/۲۵} \\ f(x) - 4 = -x - 5 \Rightarrow f(x) = -x - 1 & \text{•/۲۵} \end{cases}$$

۱۴

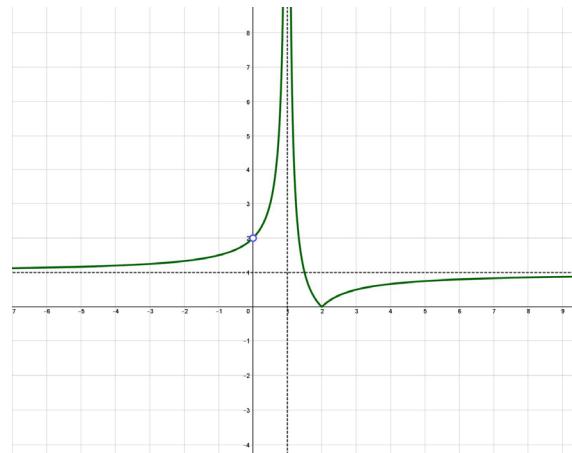
نمودار تابع $y = \begin{vmatrix} x^2 - 2x \\ x^2 - x \end{vmatrix}$ رارسم نماید.

$$y = \begin{vmatrix} x(x-2) \\ x(x-1) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x-2 \\ x-1 \end{vmatrix}, x \neq 0 \Rightarrow y \neq 2$$

مجانب افقی: $x = 1$ $y = 1$ مجانب قائم:

صعودی (ناحیه دو و چهار مجانب ها) $\therefore ad - bc = -1 + 2 > 0$

•/۵



۱۵

ضابطه تابع وارون تابع $f(x) = \frac{x^4 |x|}{x^4 + 1}$ با ضابطه f را بدست آورید.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^4}{x^4 + 1} & x \geq 0 \\ \frac{-x^4}{x^4 + 1} & x < 0 \end{cases} \quad R_1 = [0, 1) \quad , \quad R_2 = (-1, 0)$$

می دانیم حاصل تقسیم یک نامنفی بر یک واحد بیشتر از خوش از صفر تا یک می باشد:

•/۵

$$\left\{ \begin{array}{l} y = \frac{x^4}{x^4 + 1} \Rightarrow \frac{y}{1-y} = x^4 \Rightarrow |x| = \sqrt[4]{\frac{y}{1-y}} \xrightarrow{x \geq 0} x = \sqrt[4]{\frac{y}{1-y}} \\ y = \frac{-x^4}{x^4 + 1} \Rightarrow \frac{y}{1+y} = -x^4 \Rightarrow |x| = \sqrt[4]{\frac{-y}{1+y}} \xrightarrow{x < 0} x = -\sqrt[4]{\frac{-y}{1+y}} \end{array} \right. \Rightarrow f(x) = \begin{cases} \sqrt[4]{\frac{x}{1-x}} & 0 \leq x < 1 \\ -\sqrt[4]{\frac{-x}{1+x}} & -1 < x < 0 \end{cases}$$

•/۵

۱۶

۱

فاصله محل برخورد تابع $f(x) = x^5 + x + 1$ با معکوس خود از مبدا مختصات چقدر است؟

$$x^5 + x + 1 = x \Rightarrow x^5 = -1 \Rightarrow y = -1 \Rightarrow A(-1, -1) \Rightarrow OA = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$$

•/۲۵

•/۱۵

•/۲۵

۱۷

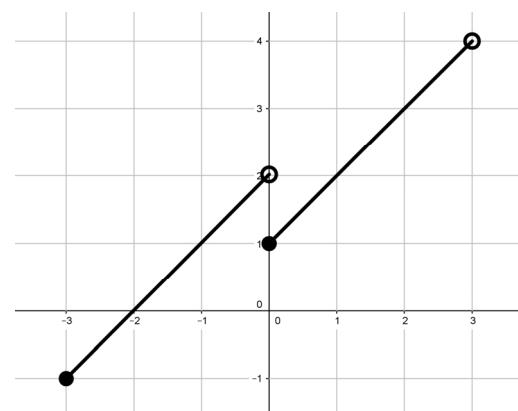
نمودار تابع $y = x - \left[\frac{x}{3} + 1 \right] + 2$ را در فاصله $(-3, 3)$ رسم نمایید.

$$y = x - \left[\frac{x}{3} + 1 \right] + 2 = x - \left[\frac{x}{3} \right] + 1$$

$$-3 \leq x < 3 \Rightarrow -1 \leq \frac{x}{3} < 1$$

$$-1 \leq \frac{x}{3} < 1 \Rightarrow -3 \leq x < 3 \Rightarrow y = x + 2 \Rightarrow \begin{bmatrix} -3 \\ -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$0 \leq \frac{x}{3} < 1 \Rightarrow 0 \leq x < 3 \Rightarrow y = x + 1 \Rightarrow \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$$



۱

۱۸