

مرجع سوالات و محتوای آموزشی

از ابتدایی تا کنکور

زبان خارجی

کامپیوتر و فناوری

www.novinmad.ir

[کلیک کنید]



توان و جذر

توان: اگر عددی چند بار در خودش ضرب شده باشد. برای مختصر نویسی از توان استفاده می شود.

$$3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4 \xrightarrow{\text{توان}} \text{پایه}$$

(۳ به توان ۴)

$$\underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_n = a^n \xrightarrow{\text{توان}} \text{پایه}$$

(a به توان n)

مانند:

نکته: هر عدد یا عبارتی که توان نداشته باشد توان آن یک است. عددی که توان آن یک باشد برابر با خود آن عدد است.

$$8^1 = 8$$

$$x^1 = x$$

مانند:

نکته: عدد یک به هر توانی که باشد. حاصل برابر با یک است.

$$1^{200} = 1$$

مانند:

نکته: هر عبارت یا عددی (غیر از صفر) به توان صفر باشد. حاصل برابر با یک است.

$$6^0 = 1$$

$$a^0 = 1$$

مانند:

نکته: عدد منفی داخل پرانتز باشد علامت منفی به تعداد توان ضرب می شود. اگر عدد منفی داخل پرانتز نباشد منفی به توان

مربوط نیست.

$$(-4)^2 = -4 \times -4 = 16$$

$$-4^2 = -(4 \times 4) = -16$$

مانند:

نکته: عدد کسری داخل پرانتز باشد صورت و مخرج به همان تعداد توان ضرب می شود. اگر عدد کسری داخل پرانتز نباشد فقط

عددی به توان ضرب می شود که توان بالای آن قرار داشته باشد.

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$$

$$\frac{2^2}{3} = \frac{2 \times 2}{3} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{2}{3^2} = \frac{2}{3 \times 3} = \frac{2}{9}$$

مانند:

نکته: عدد منفی به توان زوج برسد حاصل عددی مثبت و اگر به توان فرد برسد حاصل عددی منفی می شود.

$$(-3)^4 \xrightarrow{\text{توان زوج}} 81$$

$$(-3)^3 \xrightarrow{\text{توان فرد}} -27$$

مانند:

مثال: حاصل هر عبارت را به دست آورید.

$$4^3 - 2^5 + 9^0 = 64 - 32 + 1 = 33$$

$$\frac{-3^2 + 1^8 - 2^2}{6^2 \div 2^2} = \frac{-9 + 1 - 4}{36 \div 4} = \frac{-12}{9} = -\frac{4}{3}$$

توان و جذر

مجذور یا مربع یک عدد: به توان دوم هر عدد مجذور یا مربع آن عدد گفته می شود.

مانند: مربع عدد ۶ برابر است با: $۶^۲ = ۳۶$

مکعب یک عدد: به توان سوم هر عدد مکعب آن عدد گفته می شود.

مانند: مکعب عدد ۶ برابر است با: $۶^۳ = ۲۱۶$

مثال: الف) مجموع مربع ۵ و مکعب ۴ را به دست آورید. $۵^۲ + ۴^۳ = ۲۵ + ۶۴ = ۸۹$

ب) اختلاف مکعب و مجذور $۰/۳$ را به دست آورید. $(۰/۳)^۳ - (۰/۳)^۲ = ۰/۰۲۷ - ۰/۰۹ = ۰/۰۶۳$

اولویت های ریاضی: اگر چند علامت ریاضی با هم باشند از اولویت ریاضی استفاده می شود:

(۱) ابتدا داخل پرانتز جواب داده می شود و اگر چند پرانتز باشد از داخل ترین پرانتز جواب می دهیم.

(۲) توان یا جذر (۳) ضرب و تقسیم (۴) جمع و تفریق

نکته: اگر از یک اولویت هر دو با هم باشند یعنی ضرب و تقسیم با هم باشند از علامتی زودتر استفاده می کنیم که به سمت چپ نزدیکتر باشد.

مثال: حاصل هر عبارت را به دست آورید.

$$۵ - ۵ \times ۲^۳ \div ۴ = ۵ - ۵ \times ۸ \div ۴ = ۵ - ۴۰ \div ۴ = ۵ - ۱۰ = -۵$$

$$۴ + ۳^۲ - (۵^۲ - ۲۴)^{۱۰} = ۴ + ۳^۲ - (۲۵ - ۲۴)^{۱۰} = ۴ + ۳^۲ - ۱^{۱۰} = ۴ + ۹ - ۱ = ۱۲$$

ضرب اعداد توان دار: الف) اگر پایه ها برابر باشند: یکی از پایه ها را نوشته و توان ها را با هم جمع می کنیم.

$a^m \times a^n = a^{m+n}$ **مانند:** $۴^۷ \times ۴^۳ = ۴^{۱۰}$

ب) اگر توان ها برابر باشند: یکی از توان ها را نوشته و پایه ها را در هم ضرب می کنیم.

$a^m \times b^m = (ab)^m$ **مانند:** $۱۲^۷ \times ۳^۷ = ۳۶^۷$

مثال: حاصل هر عبارت را به صورت عدد توان دار بنویسید.

$$(۲/۵)^۳ \times ۶^۳ = (۲/۵ \times ۶)^۳ = ۱۵^۳$$

$$\underline{۴^۵} \times \underline{۱۲^۷} \times \underline{۳^۵} = ۱۲^۵ \times ۱۲^۷ = ۱۲^{۱۲}$$

توان و جذر

مثال: اگر $2^{10} = 1024$ باشد حاصل 2^{12} و 2^{15} را به دست آورید.

$$2^{12} = 2^{10} \times 2^2 = 1024 \times 4 = 4096$$

$$2^{15} = 2^{10} \times 2^5 = 1024 \times 32 = 32768$$

$$3^{a+2} = 3^a \times 3^2 = 5 \times 9 = 45$$

مثال: اگر $3^a = 5$ باشد حاصل 3^{a+2} را به دست آورید.

جذر یا ریشه دوم اعداد: در تساوی $[9 = (-3)^2, 9 = 3^2]$ عدد ۹ را مجذور اعداد ۳ و -۳ می گویند. و اعداد ۳ و -۳

ریشه های دوم ۹ می گویند.

نکته: هر عدد دارای دو ریشه دوم است که یکی قرینه ی دیگری است.

مانند: ریشه های دوم عدد ۳۶ برابر است با: ۶ و -۶

نکته: در جذر گیری فقط عدد مثبت آن در نظر گرفته می شود و جذر را با رادیکال ($\sqrt{\quad}$) نشان می دهند.

نکته: اعداد منفی جذر ندارند. چون مجذور هیچ عددی؛ منفی نمی شود.

نکته: جذر اعداد صفر و یک برابر با خود آن اعداد است.

مثال: جذر اعداد زیر را به دست آورید.

$$\sqrt{100} = 10$$

$$\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$$

$$\sqrt{49 \times 25} = 7 \times 5 = 35$$

جذر تقریبی اعداد: برای به دست آوردن جذر تقریبی اعداد مراحل زیر را به ترتیب انجام می دهیم:

(۱) ابتدا مشخص می کنیم عدد داده شده بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارد.

(۲) سپس عدد وسط دو عدد را مشخص کرده و مجذور آن را می نویسیم.

(۳) سپس اگر مجذور عدد وسطی از عدد داده شده بیشتر بود ۴ عدد کمتر از عدد وسطی و اگر از عدد داده شده کمتر بود ۴ عدد بزرگتر از عدد وسطی را می نویسیم.

(۴) داخل یک جدول مجذورهای ۴ عدد را نوشته سپس مجذور عددی که به عدد داده شده نزدیکتر بود همان جذر تقریبی عدد است.

نکته: برای این که بدانیم عدد داده شده بین کدام دو صحیح متوالی قرار دارد مجذور دو عددی را مشخص می کنیم که به عدد داده شده نزدیک باشد.

سال هفتم

(فصل هفتم)

درسنامه و نکات کلیدی

توان و جذر

مثال: مشخص عدد $\sqrt{32}$ و $\sqrt{83}$ بین کدام دو عدد قرار دارد و به کدام عدد نزدیکتر است.

$$\sqrt{32} \text{ (بین ۵ و ۶ که به ۶ نزدیکتر است)} \quad \sqrt{83} \text{ (بین ۹ و ۱۰ که به ۹ نزدیکتر است)}$$

$$\sqrt{36} < \sqrt{32} < \sqrt{49} \quad \sqrt{81} < \sqrt{83} < \sqrt{100}$$

مثال: جذر تقریبی عدد ۴۷ را به دست آورید.

مرحله ۱

عدد وسط

$$\sqrt{36} < \sqrt{47} < \sqrt{49}$$

مرحله ۲

مجنور عدد وسط

$$(6/5)^2 = 42/25$$

مرحله ۳

$$42/25 < 47$$

چون مجنور عدد وسط کمتر از عدد شده مجنور
۴ عدد بزرگتر از عدد وسط را می نویسیم

مرحله ۴

عدد	۶/۶	۶/۷	۶/۸	۶/۹
مجنور عدد	۴۲/۵۶	۴۴/۸۹	۴۶/۲۴	۴۷/۶۱

$$\sqrt{47} \approx 6/8$$

مثال: جذر تقریب عدد ۶۶ را به دست آورید.

مرحله ۱

عدد وسط

$$\sqrt{64} < \sqrt{66} < \sqrt{81}$$

مرحله ۲

مجنور عدد وسط

$$(8/5)^2 = 72/25$$

مرحله ۳

$$72/25 > 66$$

چون مجنور عدد وسط بیشتر از عدد شده مجنور
۴ عدد کوچکتر از عدد وسط را می نویسیم

مرحله ۴

عدد	۸/۱	۸/۲	۸/۳	۸/۴
مجنور عدد	۶۵/۶۱	۶۷/۲۴	۶۸/۸۹	۷۰/۵۶

$$\sqrt{66} \approx 8/1$$

نکته: یکی از کاربرد های جذر در مساحت شکل های هندسی مانند مربع و دایره است.**مثال:** مساحت مربعی ۶/۲۵ شده است. طول یک ضلع مربع چند است.

یک ضلع مربع $\Rightarrow \sqrt{6/25} = 2/5 \Rightarrow$ خودش \times یک ضلع = مساحت مربع

مثال: مساحت دایره ای ۲۸/۲۶ شده است. شعاع دایره چند است.

شعاع دایره $\Rightarrow \sqrt{9} = 3 \Rightarrow$ شعاع \times شعاع $= \frac{28/26}{3/14} = 9 \Rightarrow$ شعاع \times شعاع $\times 3/14 =$ مساحت دایره