

طبیعی $N = \{1, 2, 3, \dots\}$

حسابی $W = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$

صحیح $Z = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$

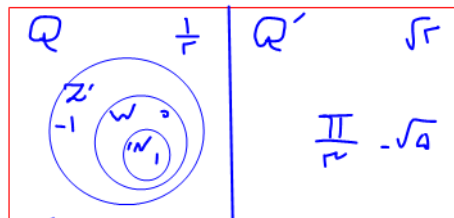
کویا $Q = \{\frac{a}{b} \mid a, b \in Z, b \neq 0\}$

Q' = اعداد رادیکالی که جذور معین ندارند
نذارند و عدد π

حقیقی $IR = Q \cup Q'$

اجتماع (بعداً توضیح دارم)

IR



هوی - بدی - زستی - زیبای - حروفی - مزه

تعریف مجموعه: دسته ای از اشیاء متمایز (تفاوت) که سلیقه روان که مطرح نباشد

مثال: سخن گنیز که امایه مجموعه است و کدام مجموعه است.

$\{8, 9\}$

الف) اعداد طبیعی بین ۱ و ۱۰: ✓

$\{8\} \cup \{9\}$
سلیقه ها

ب) یک عدد طبیعی بین ۱ و ۱۰: ✗

پ) شماران معروف ایران: ✗

$\{2, 3, 6\}$ مجموعه است

ت) سه عدد طبیعی کمتر از ۱۰: ✗

$\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ مجموعه است

ث) اعداد طبیعی کمتر از ۱۰: ✓

$\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, \dots\}$ مجموعه است

ج) اعداد طبیعی بزرگتر از ۱۰: ✓

$\{ \}$ یا \emptyset به مجموعه ای که فاقد عضو است

د) مجموعه اعداد طبیعی بین ۸ و ۹: ✓

$\{0\}$ ← این مجموعه را با تهی اشتباه نکرید

ه) اعداد حسابی کمتر از یک: ✓

مجموعه تهی فاقد عضو است در صورتیکه این مجموعه دارای یک عضو است

ز) اعداد گویای بین ۱ و ۲: ✓ ناستاهی

ح) ۱۵ عدد طبیعی بزرگتر از ۱: ✗

بزرگتر
 $2 = 4 \quad 2 = 1$
 $(\frac{1}{2})^2 = 0.25 \quad (\frac{1}{2})^2 = 0.125$
 کوچکتر

کوچکتر
 مربع های مهم:
 $\sqrt{9} = 3 \quad \sqrt[3]{9} \approx 2.08$
 $\sqrt{\frac{1}{8}} = 0.35 \quad \sqrt[3]{\frac{1}{8}} = \frac{1}{2}$
 $\sqrt{0.1}$

$\sqrt{9} \cdot 0.18 = 0.162$
 $\sqrt[3]{9} \cdot 0.18 \approx 0.37$
 $\sqrt{\frac{1}{8}} = 0.35$
 $\sqrt[3]{\frac{1}{8}} = 0.5$
 $\sqrt{0.1}$
 $\sqrt{2}$
 $\sqrt{-1}$
 $\frac{\pi}{2}$
 $\frac{\sqrt{2}}{2}$
 $\sqrt{3}$
 $\frac{\sqrt{2}}{2}$
 $\frac{\pi}{2}$
 $\frac{\sqrt{2}}{2}$
 ✓
 ✗

$n(\emptyset) = 0$

$\{ \cdot \} \neq \emptyset$
 \downarrow
 $n(A) = 1$ $n(\emptyset) = 0$

$\emptyset \subseteq \{ \}$

اعداد صحیح ہیں -۴ و -۵ ✓

نوٹ: می توان عضو کی تکراری را از مجموعه حذف کرد

$A = \{ 1, 2, \cancel{3}, \cancel{3} \}$

تعداد عضو $n(A) = 2$

$1 \in A$ $\{1\} \subseteq A$ $\{2\} \subseteq A$
 $2 \in A$ $A \subseteq A$ $\emptyset \subseteq A$

$B = \{ \cancel{3}, \text{تختہ}, \text{دھندلی}, \text{میدہ} \}$ $n(B) = 3$

$C = \{ \text{تختہ}, \text{دھندلی}, \emptyset, \{ \{ \} \} \}$ $n(C) = 4$

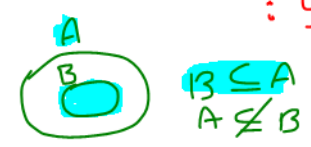
$\{ \{ \} \} \subseteq \{ \emptyset \}$

$D = \{ \{1\}, \{1,2\}, \{1,2,3\}, \{ \}, \{ \{ \}, \cancel{3} \}, \emptyset \}$ $n(D) = 5$

$\emptyset \subseteq \{ \} \neq \{ \emptyset \}$

نوٹ: می توان عضو را در مجموعه جایجا عوض

$\{1,2\} = \{2,1\}$
 $\{1,3,5,5,5,1\} = \{5,3,1\} = \{3,5,1\} = \{1,3,5\}$
 غار معنویت (متعلق است یا عضو است از)



$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{W} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R}$
 $\mathbb{Q}' \subseteq \mathbb{R}$

نوٹ: ہر مجموعہ ای زیر مجموعہ خودش است
 \emptyset زیر مجموعہ ہر مجموعہ ای است

نوٹ: تعداد زیر مجموعہ کی یک مجموعہ n عضوی، $2^{n(A)}$ است.

مثال: اورا تعداد زیر مجموعہ ای مجموعہ $A = \{ \cancel{2}, 3, 4 \}$ را بدست آورده و بتایا

$n(A) = 3$ تعداد عضو ای A
 $2^{n(A)} = 2^3 = 8$ تعداد زیر مجموعہ ای A

تک زیر مجموعہ ای آن را بنویسید

$\{ \emptyset \} \neq A$ $\{ \{ \} \} \neq A$

زیر مجموعہ: $\emptyset, A, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{2,3\}, \{2,4\}, \{3,4\}$

$2 \in A$ $2 \notin A$ $\{2\} \subseteq A$ $\{2,3\} \subseteq A$ $\{2,4\} \subseteq A$ $\emptyset \subseteq A$ $\emptyset \subseteq A$
 $\{2,3,4\} \subseteq A$ $\{2,4\} \not\subseteq A$ $\{2,3\} \not\subseteq A$ $\emptyset \not\subseteq A$ $A \subseteq A$ $A \not\subseteq A$

مثال: اولاً تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه $B = \{4, \emptyset, \{1\}, \{1, 1\}, \{علی\}\}$ را

باز وصل بدست آورده و ثانیاً تمام زیرمجموعه‌های آن را بنویسید

تعداد اعضای $B = n(B) = 4$

تعداد زیرمجموعه‌های $B = 2^{n(B)} = 2^4 = 16$

- $علی \in B$ $علی \notin B$
- $\{علی\} \subseteq B$ $\{علی\} \not\subseteq B$
- $\{1\} \in B$ $\{1\} \notin B$
- $\{\{1\}\} \subseteq B$ $\{\{1\}\} \not\subseteq B$

زیرمجموعه‌های B : $\emptyset, B, \{علی\}, \{\{1\}\}, \{\emptyset\}, \{4\}$

زیرمجموعه‌های B با یک عضو: $\{\emptyset, 4\}, \{\{1\}, \emptyset\}, \{\{علی\}, \emptyset\}, \{\{علی, 4\}\}$

زیرمجموعه‌های B با دو عضو: $\{\{علی, 4\}, \emptyset\}, \{\{علی, \{1\}\}\}, \{\{علی, \emptyset\}\}, \{\{1, 4\}\}$

زیرمجموعه‌های B با سه عضو: $\{\{علی, \{1\}, \emptyset\}\}, \{\{علی, \{1, 4\}\}\}, \{\{علی, \emptyset, 4\}\}$

مثال: یک مجموعه A دارای ۶ عضو دارد. n زیرمجموعه‌هاست، n را بدست آورید

$2^{n-1} = 32$

```

    graph TD
      A[32] --- B[4]
      A --- C[8]
      B --- D[2]
      B --- E[2]
      C --- F[4]
      C --- G[4]
      D --- H[1]
      D --- I[1]
      E --- J[1]
      E --- K[1]
      F --- L[2]
      F --- M[2]
      G --- N[2]
      G --- O[2]
  
```

$2^{n-1} = 2^5$

$n-1 = 5 \Rightarrow n = 6$

مجموعه‌های برابر: دو مجموعه را برابر گویند صرفاً ه عضوی آن‌ها دقیقاً با یکدیگر برابر باشند

$\{1, 2\} \subseteq \{1, 2, 3, 4\} \subseteq \{2, 1\}$

مثال: اگر مجموعه‌های $A = \{2, 3x-1\}$ و $B = \{1, \frac{4y-5}{2}\}$ با هم برابر باشند مقادیر x و y را بدست آورید

$3x-1 = 1 \Rightarrow 3x = 2 \Rightarrow x = \frac{2}{3}$ *

$\frac{4y-5}{2} = 2 \Rightarrow 4y-5 = 4 \Rightarrow 4y = 9 \Rightarrow y = \frac{9}{4}$ *

آزمایش کردن جواب: $A = \{2, 3(\frac{2}{3})-1\} = \{1, 2\}$ $B = \{1, \frac{4(\frac{9}{4})-5}{2}\} = \{2, 1\}$

انواع نمائش مجموعه:

اعداد اول و مرکب
صفاً برای اعداد طبیعی تعریف شده اند

زوج \rightarrow ۲
زوج \rightarrow ۰

مجموعه اعداد زوج مثبت = $\{2, 4, 6, 8, 10, \dots\} = \{2x \mid x \in \mathbb{N}\}$

نمائش کلاس نمائش کمونی نمائش ریاضی (منه ریاضی مجموعه)

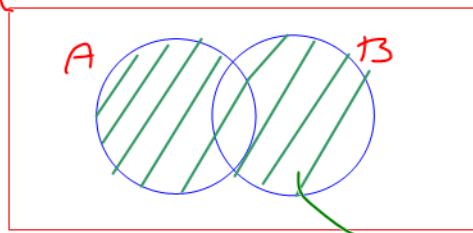
$(-1)^x \rightarrow -+--$ $\{(-1)^x 2x \mid x \in \mathbb{N}\} = \{0, 2, 4, 6, 8, \dots\}$
 $(-1)^{x+1} \rightarrow ++--$ $\{(-1)^{x+1} 2x \mid x \in \mathbb{N}\} = \{+2, -4, +6, -8, \dots\}$

مجموعه اعداد فرد مثبت = $\{1, 3, 5, 7, \dots\} = \{2x-1 \mid x \in \mathbb{N}\} = \{2x+1 \mid x \in \mathbb{W}\}$

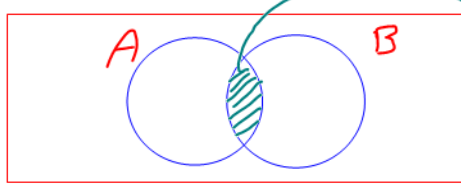
اجتماع، اشتراک و تفاضل مجموعه

مجموع مرجع $U=M$

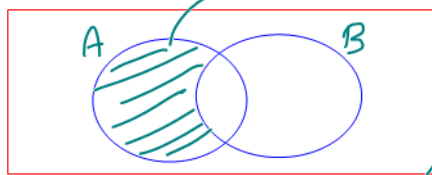
خاصیت جابجایی ندارد $A-B \neq B-A$
 خاصیت جابجایی دارد $A \cap B = B \cap A$
 خاصیت جابجایی دارد $A \cup B = B \cup A$



همتی $A \cup B = B \cup A$

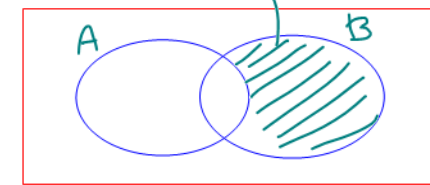


مترکب $A \cap B = B \cap A$



$A - B \neq B - A$

تفاضل متعارف $A \Delta B = \{(A \cup B) - (A \cap B)\}$
 $(A - B) \cup (B - A)$



عبره مستدانتی از /
 مجموعه سمت چپی حذف کنید
 باقیمانده مجموعه سمت چپاً جواب تفاضلات

مثال: اگر $A = \{1, 2, 5, 7\}$ و $B = \{2, 8, 9\}$ و $C = \{1, 2, 5\}$ و $D = \emptyset$ و $E = \{8, 9\}$ حاصل هر یک را بدست آورید

$A \cup B = \{1, 2, 5, 7, 8, 9\}$

$A \cap B = \{2\}$

$A - B = \{1, 5, 7\}$

$B - A = \{8, 9\}$

$A - C = \{7\}$

$C - A = \emptyset$

$A \cap E = \emptyset$

$A \cup E = \{1, 2, 5, 7, 8, 9\}$

$C \cup D = \{1, 2, 5\}$

$C \cap D = \emptyset$

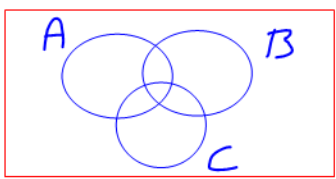
$C - D = \{1, 2, 5\}$

$D - C = \emptyset$

$A \Delta B = \{1, 5, 7, 8, 9\}$

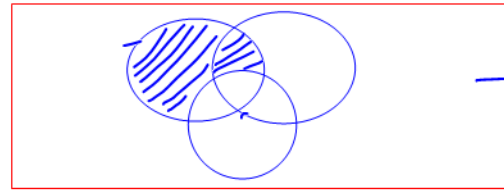
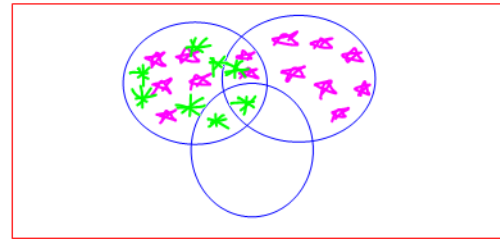
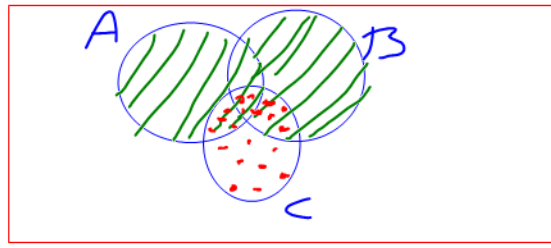
$(A - B) \cup C = \{1, 2, 5, 7\}$

$\{1, 5, 7\} \cup \{2, 5\}$



سؤال: اگر وصفیت نمودارهای A، B و C به صورت شکل رویه باشند
 قمت های الف و ب را روی نمودارون مشخص کنید

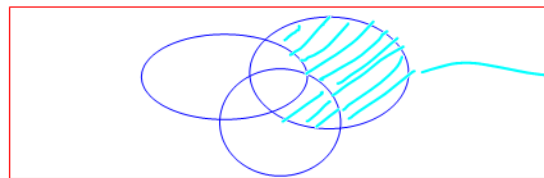
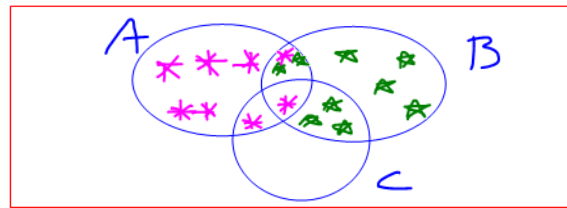
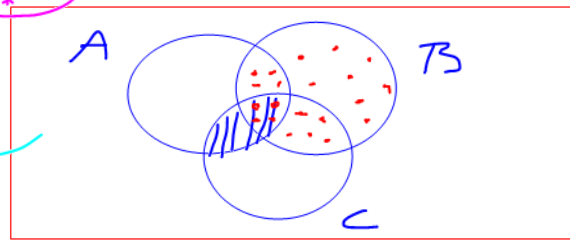
الف) $((A \cup B) - C) \cap A$



الف، ب

جواب آخر الف

ب) $(B - (A \cap C)) - A$



جواب آخر ب

سؤال ۲

$$Q = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$$

$$\mathbb{R} = Q \cup Q'$$

$$\mathbb{R} - Q = Q'$$

$$\mathbb{R} - Q' = Q$$

$$\mathbb{N} \cup Q = Q$$

$$\mathbb{W} - \mathbb{N} = \{0\}$$

$$Q - \mathbb{R} = \emptyset$$

$$Q' - \mathbb{R} = \emptyset$$

$$Q \cap Q' = \emptyset$$

$$\mathbb{W} \cap \mathbb{N} = \mathbb{N}$$

$$\mathbb{N} - \mathbb{W} = \emptyset$$

هنگامه

$$\mathbb{N} \cup \mathbb{Z} = \mathbb{Z}$$

$$\mathbb{N} \cap \mathbb{Z} = \mathbb{N}$$

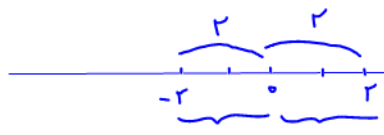
$$\mathbb{N} \cap Q = \mathbb{N}$$

$$\mathbb{W} \cup \mathbb{N} = \mathbb{W}$$

$$\mathbb{Z} - \mathbb{W} = \mathbb{Z}$$

اعداد صحیح منفی

$$\{ \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots \} - \{ 0, 1, 2, 3, \dots \}$$



تعریف قدر مطلق : معلوم حاصله را دراد
 بنابراین مقدار آن همیشه + است
 بخارج آن - است

① $|2| = 2$

② $|-5| = +5$

③ $\sqrt{(\sqrt{2}-3)^2} = \sqrt{\sqrt{2}-3} = \ominus(\sqrt{2}-3)$
 $\frac{1,4-3}{-1,6} = \frac{\sqrt{2}-3}{-1,6} = \frac{3-\sqrt{2}}{1,6}$

④ $\sqrt{(3-\sqrt{2})^2} = |3-\sqrt{2}| = 3-\sqrt{2}$
 $\frac{3-1,4}{1,6} = \frac{1,6}{1,6} = \oplus$

⑤ $|3-\pi| = -3+\pi = \pi-3$
 $\frac{3-3,14}{-0,14} = \frac{\pi-3}{-0,14} = \frac{3-\pi}{0,14}$

⑥ $|\pi-3| = \pi-3$
 $\frac{3,14-3}{+0,14} = \frac{\pi-3}{+0,14}$

⑦ $\sqrt{(\sqrt{2}-5)^2} = \sqrt{2}-5$ قدر مطلق برای منبسط و توان نمی زوج است

$$\sqrt{9} \begin{cases} \rightarrow \sqrt{(-3)^2} = |(-3)| = 3 \\ \rightarrow \sqrt{(+3)^2} = |3| = 3 \end{cases}$$

$$\sqrt{8} = \sqrt{2^3} = 2$$

توجه اینکه چهار شرط
 و توان زوج بعد از شرط زن
 قدر مطلق می گذاریم اما در منبسط
 و توان نمی فرد بعد از شرط زن
 قدر مطلق نمی گذاریم

کتاب تیزهوشان حنیی بستر ریاضی

استدلال و اثبات در هندسه

استدلال: دلیل آوردن $\left\{ \begin{array}{l} \text{مطلق} \\ \text{بیمرغی} \end{array} \right.$

اثبات: استدلالی که با مطلق منحصر درستی شود

روان با چیزی

انواع اثبات: **اثبات استنتاجی** (ثابت کنید مجموع زوای درون و مزد همواره عززات است.)

سایرهای آنند:

- برهان خلف
- التقوای
- ساختاری

دیون

زوج = $2m$

مزد = $2n - 1$

زوج + مزد = $2m + 2n - 1$

$= 2(m+n) - 1 = 2k - 1$ (مزد کمتر)

نکته: شعور از راه های اثبات سیت (به علت خطای رسیدن)

نکته: مثال زدن از راه های اثبات سیت

انواع اثبات استنتاجی

مثال: ثابت کنید مجموع زوای داخلی هر مثلث 180° است.

اثبات خلطه: یک مثلث **سایر الاصلح** در نظر می آوریم چون هر زاویه آن 90° است بنابراین مجموع زوای داخلی آن 180° است

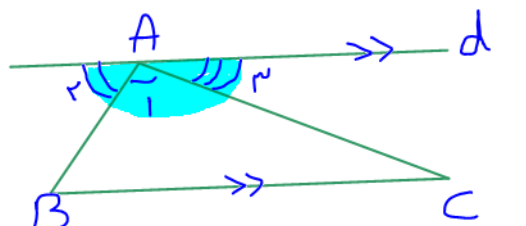
علت خلطه بودن اثبات این است که ما مثال خاص زده ایم



اثبات استنتاجی: مثلث دلخواه ABC را در نظر می آوریم یک خط موازی قاعده BC از رأس A رسم می کنیم

موضوع: داده های مسئله: مثلث دلخواه ABC را داریم

حل: سواله های مسئله: $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$



موازی $d \parallel BC$ و AB \implies $\hat{A}_1 = \hat{B}$ (زاویه های متقابل مورب)

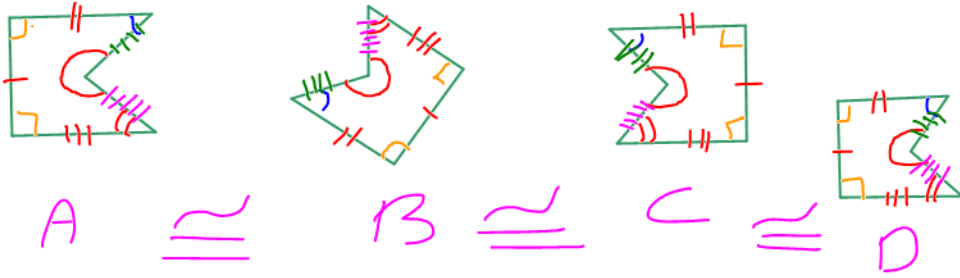
موازی $d \parallel BC$ و AC \implies $\hat{A}_3 = \hat{C}$ (زاویه های متقابل مورب)

از $\hat{A}_1, \hat{A}_2, \hat{A}_3 \implies \hat{A}_1 + \hat{A}_2 + \hat{A}_3 = 180^\circ \implies \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$

حکمه

تفاوت هم نهی و تناسب

اندازه تمامی اضلاع و زوایا نظیر به نظیر باهم برابرند
 در هم نهی فقط در شکل که تبدیل هندسی را انتقال به تعادل دوران صورت میگیرد

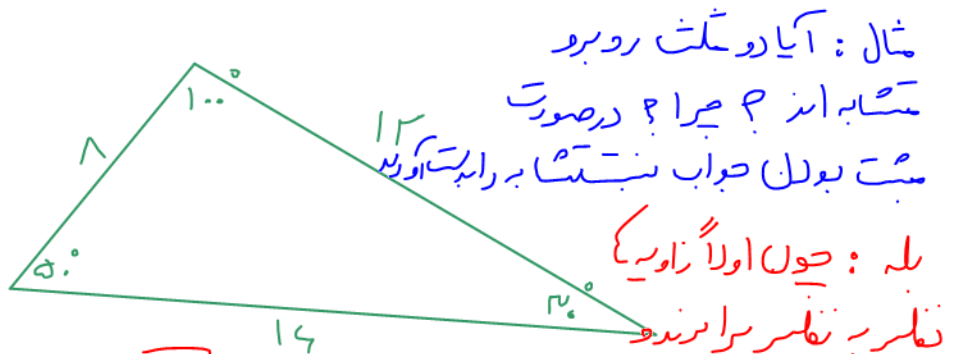


دو شکلی که زوایای آن یک نظیر به نظیر برابر باشند
 و اضلاع آن به یک نسبت بزرگ یا کوچک شوند دو شکل متناسب هستند



نسبت بزرگ $K = \frac{12}{4} = 3$ ✓
 نسبت کوچک $K = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ ✓

نکته: دو شکل همتا همواره متناسب هستند و درانی افعال $K=1$ است
 دو شکل متناسب الزاماً همتا نیستند مانند دو مربع مثال قبل

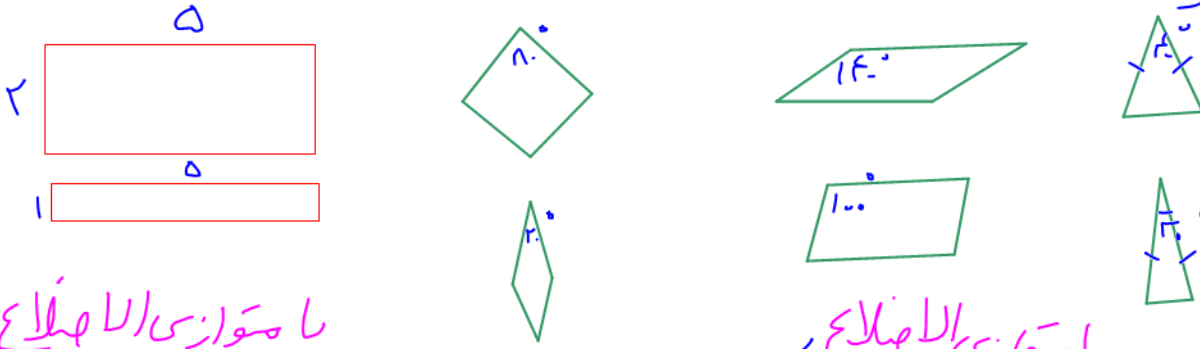


تکرار پذیری

مثال: آیا دو مثلث روبرو متناسب اند؟ چرا؟ در صورت مثبت بودن جواب نسبتاً به رابطه آورید
 بله: چون اولاً زاویه یک نظیر به نظیر برابرند و ثانیاً اضلاع به یک نسبت تقریباً یافته اند

$K = \frac{8}{2} = \frac{13}{3} = \frac{16}{4} = 4$

الف) هر دو مثلث متساوی الاضلاع همواره مشابه اند
 ب) " " مربع " " " " " "
 پ) " " " " مثلثی منظم " " " " " "



یا متوازی الاضلاع

یا متوازی الاضلاع

نکته: هر دو لوری در حالتی که مشابه نیستند اما هر دو لوری با یک زاویه یکسان با هم مشابه هستند

$$\text{مقیاس} = \frac{\text{اندازه روی نقشه (cm, m, Km)}}{\text{اندازه واقعی (cm, m, Km)}}$$

نکته: مقیاس واحد ندارد ولی وقت که صورت وخرج را بگنجد باید هم واحد باشند یا نه

مثال: در یک نقشه، مقیاس ۲۰۰:۱ است، ناصله و

نقطه روی نقشه ۲/۵ سانتی متر است، ناصله این دو

نقطه را اندازه واقعی چند متر است؟

$$\text{مقیاس} = \frac{\text{اندازه روی نقشه}}{\text{اندازه واقعی}} \Rightarrow \frac{1}{200} = \frac{2/5 \text{ cm}}{x \text{ cm}}$$

$$x = 200 \times 2/5$$

$$x = \sqrt{\dots \text{ cm}}$$

$$x = \sqrt{\dots \text{ m}}$$

توان و پاور

$$\sqrt[2]{16} \neq \sqrt{16}$$

$$\sqrt[4]{16} \neq (\sqrt{16})^2$$

صورت

پایه یکسان

$$2^5 \times 2^3 = 2^8$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^4 \neq \frac{2^4}{3^4}$$

توان یکسان

$$3^2 \times 5^2 = 15^2$$

پایه و توان یکسان

$$2^3 \times 2^5 = 2^8$$

$$(-2)^4 \neq -2^4$$

پایه و توان کے صفات
وہی پایہ کے قابل تجزیہ

$$8 \times 2^3 = 2^3 \times (2^3)^2 = 2^3 \times 2^6 = 2^9$$

پایہ کے و توان کے صفات
وہی توان قابل تجزیہ

$$2^2 \times 3^4 = 2^2 \times 3^{2 \times 2} = 2^2 \times (3^2)^2 = 2^2 \times 9^2 = 18^2$$

جمع

$$2^3 + 2^3 = 2^3 \times 2 = 2^4$$

$$4^4 + 4^4 + 4^4 + 4^4 = 4^4 \times 4 = 4^5$$

تقسیم

پایہ کے یکساں

$$2^5 \div 2^9 = 2^{5-9} = 2^{-4} = \left(\frac{1}{2}\right)^4$$

توان کے یکساں

$$3^2 \div 3^4 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2$$

پایہ کے و توان کے

یکساں

$$a^0 \div a^0 = 1$$

$$1^a \div 1^a = 1$$

ہمیشہ حاصل یکساں

پایہ کے و توان کے صفات
وہی پایہ کے قابل تجزیہ

$$9^4 \div 27^3 = (3^2)^4 \div (3^3)^3 = 3^8 \div 3^9 = 3^{-1} = \frac{1}{3}$$

پایہ کے و توان کے صفات
وہی توان قابل تجزیہ

$$7^2 \div 10^4 = 7^2 \div 10^{2 \times 2} = 7^2 \div (10^2)^2 = (7/10)^2$$

تفریق

پایہ و توان یکساں

$$2^3 - 2^3 = 0$$

تبدیل توان - به + و برعکس

① گذاشتن پرانتز
 ② معکوس کردن پایه
 ③ معکوس کردن توان

$$2^{-3} = \left(\frac{1}{2}\right)^{+3} = \frac{1}{8}$$

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} = \left(\frac{4}{3}\right)^{+2} = \frac{16}{9}$$

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^{-3} = \left(-\frac{2}{1}\right)^{+3} = (-2)^3 = -8$$

نماد علمی: برای نمایش اعداد خیلی بزرگ یا خیلی کوچک از مزم

نماد علمی استفاده می‌کنیم

مزم شماره = $a \times 10^b$

کوچک = $1 < a < 10$ توان - انتقال ممیز به سمت راست و اولین رقم می‌شود
 بزرگ = $1 < a < 10$ توان + انتقال ممیز به بعد از سمت صیقلی رقم

مثال: مزم نماد علمی اعداد زیر را بنویسید (صورت سوالات کاملاً آبی است)

الف) $3,57 \dots \dots \dots 0 = 3,57 \times 10^{+10}$

ب) $0 \dots \dots \dots 0 237 = 2,37 \times 10^{-6}$

پ) $2,032 \dots \dots \dots 01 \dots \dots \dots 0 = 2,032 \times 10^{+12}$

ت) $0 \dots \dots \dots 0 1239 \dots \dots \dots 0 = 1,239 \times 10^{-4}$

$$2) \quad 252,000,000,000 = 252,000,000,000 \times 10^9$$

برعکس مسائل بالا

توان - انتقال صبر
توان + انتقال
همیشه بزرگ

مثال: اعداد زیر را از نرم بنام علمی خارج کنید

الف) $1,240,000,000,000 \times 10^{-5} = 12,400,000,000$

ب) $9,000,000,000,000 \times 10^5 = 900,000,000,000,000$

ساده کردن رادیکال

حذره: $\sqrt{9} = 3$

تک: $\sqrt{-9}$ (در اعداد حقیقی)

مجنور: $9^2 = 81$

$\sqrt[2]{-9} = -2,08$

ریشه های دهی: $\sqrt{9} = +3$
 $\sqrt{9} = -3$

ریشه سوم: $\sqrt[3]{9} \approx 2,08$

ریشه دوم: ± 2

ریشه سوم: ± 8

ریشه چهارم: ± 2

ریشه پنجم: ± 2

ریشه ششم: ± 16
ریشه هفتم: ± 2

برای ساده کردن رادیکال که در جمع و تفریق باید اولاً ضرب یکسان باشند
ثانیاً زیر رادیکال یکسان باشند

ساده نمی شود: $2 + \sqrt{2}$

ساده نمی شود: $\sqrt{2} + \sqrt{3}$

ساده نمی شود: $\sqrt{2} + \sqrt[3]{2}$

$2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = 7\sqrt{3}$

$\sqrt{2} + \sqrt{8} = \sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$

$-7\sqrt{2} + 11\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$

$2 \times \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

$\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{6}$

$\sqrt[2]{2} \times \sqrt[3]{2} = \sqrt[6]{2^3} \times \sqrt[6]{2^2} = \sqrt[6]{2^5}$

$(2\sqrt{3}) \times (5\sqrt{3}) = 10 \times 3 = 30$

$\sqrt{2} \times \sqrt{8} = \sqrt{16} = 4$

$(-\sqrt{2})(11\sqrt{2}) = -11 \times 2 = -22$

مثال: حاصل را تا جایی ممکن ساده کنید.

$$\text{الف) } \sqrt{12} - 3\sqrt{32} + 2\sqrt{18} = \underbrace{4\sqrt{3} - 12\sqrt{3} + 6\sqrt{3}}_{-4\sqrt{3}} = 0 \cdot \sqrt{3} = 0$$

$$\begin{aligned} \sqrt{12} &= \sqrt{2^2 \times 3} = \sqrt{2^2} \times \sqrt{3} \\ &= 2 \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3} \\ &= 2 \times \sqrt{2} \times \sqrt{3} = 2\sqrt{6} \end{aligned}$$

$$\sqrt{12} = 2^2 \times 3$$

$$\begin{aligned} -3\sqrt{32} &= -3\sqrt{2^5} = -3\sqrt{2^4 \times 2} \\ &= -3 \times 2^2 \times \sqrt{2} = -12\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$32 = 2^5$$

$$+2\sqrt{18} = 2\sqrt{2 \times 3^2} = 2 \times 3 \times \sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$

$$18 = 2 \times 3^2$$

$$\text{ب) } 5\sqrt{2} + 3\sqrt{48} - 4\sqrt{128} = \underbrace{5\sqrt{2} + 12\sqrt{2} - 16\sqrt{2}}_{1\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

$$5\sqrt{2} = \text{ساده نشود}$$

$$3\sqrt{48} = 3\sqrt{2^4 \times 3} = 3 \times 2^2 \times \sqrt{3} = 12\sqrt{3}$$

$$48 = 2^4 \times 3$$

$$\begin{aligned} -4\sqrt{128} &= -4\sqrt{2^7} = -4\sqrt{2^6 \times 2} \\ &= -4 \times 2^3 \times \sqrt{2} = -32\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$128 = 2^7$$