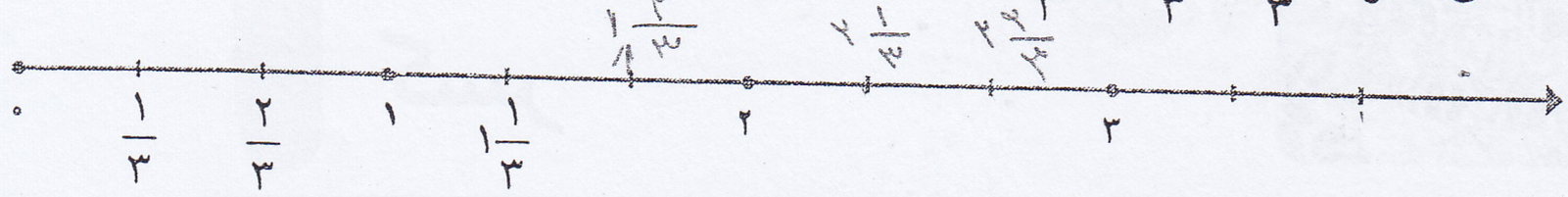
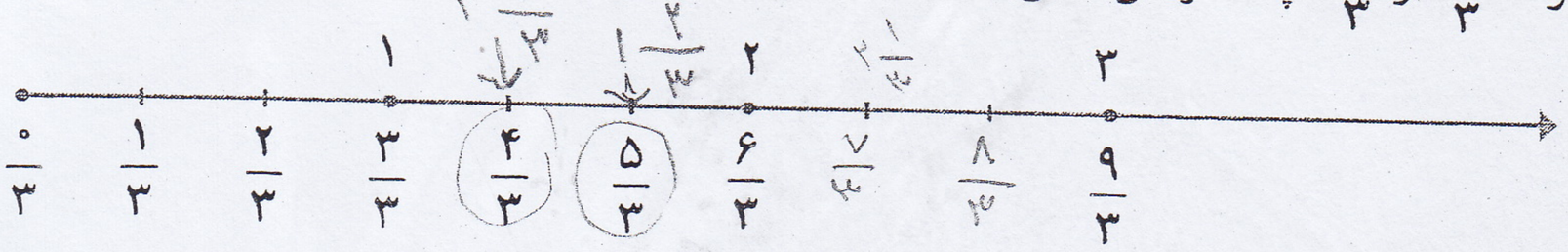
کسرهای بزرگ‌تر از واحد

فعّالیت

الف) عددهای مخلوط $1\frac{2}{3}$ ، $2\frac{1}{3}$ و $2\frac{2}{3}$ را روی محور زیر نشان دهید.



ب) می‌دانید که به جای عدد صفر در محور بالا می‌توان کسر $\frac{0}{3}$ و به جای عدد ۱ کسر $\frac{3}{3}$ را نوشت. به جای عددهای مخلوط $1\frac{1}{3}$ و $1\frac{2}{3}$ چه کسرهایی را می‌توان نوشت؟ از محور اعداد زیر و کسرهای داده شده کمک بگیرید.

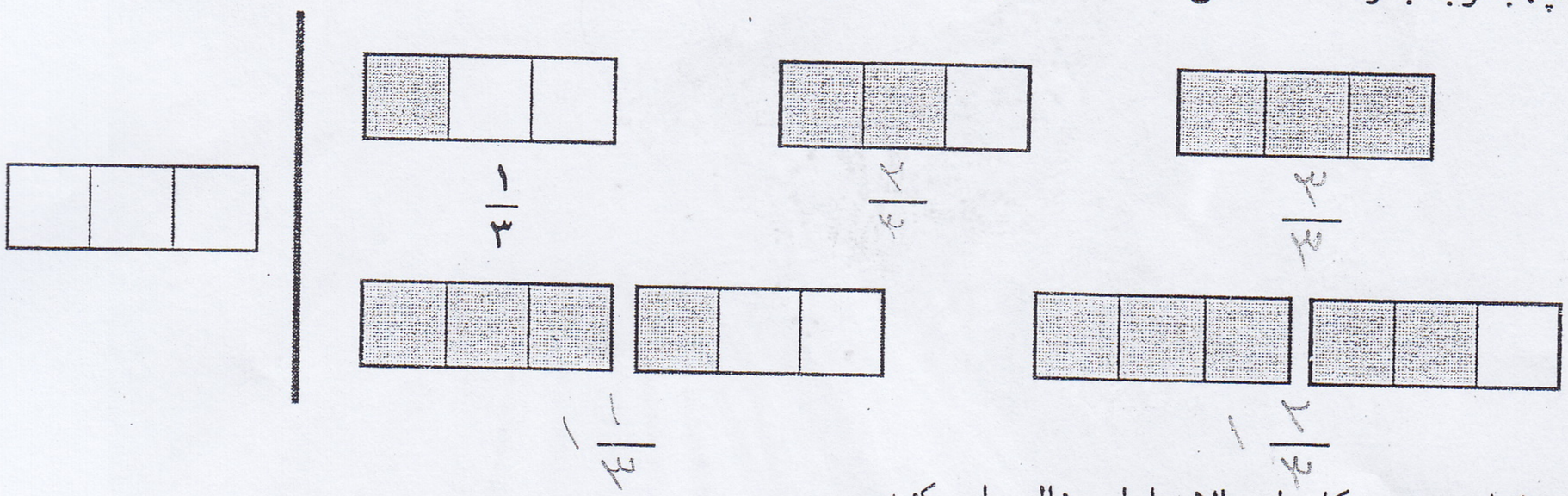


بقیه‌ی نقاط نشان داده شده در محور بالا چه کسرهایی را نشان می‌دهند؟

با توجه به محورهای بالا، هریک از تساوی‌های زیر را کامل کنید.

$2\frac{2}{3} =$ $\quad$ $1\frac{2}{3} = \frac{5}{3}$ $\quad$ $2\frac{1}{3} = \frac{7}{3}$ $\quad$ $1\frac{1}{3} = \frac{4}{3}$

پ) با توجه به واحد مشخص شده، مانند نمونه عدد (کسر) هر شکل را بنویسید.

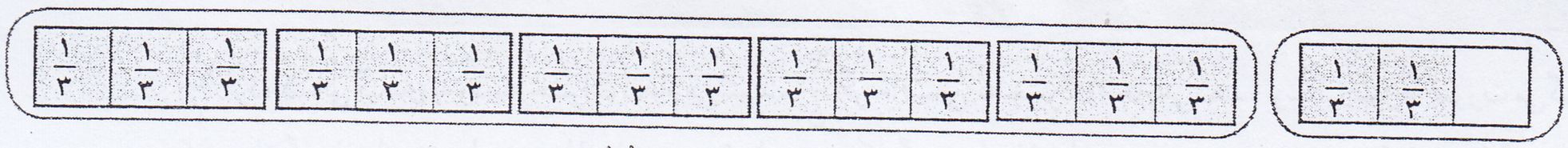


ت) با توجه به شکل‌های بالا جاهای خالی را پر کنید.

عدد مخلوط $1\frac{1}{3}$ همان کسر $\frac{4}{3}$ است؛ یعنی ۴ تا $\frac{1}{3}$.

عدد مخلوط $1\frac{2}{3}$ همان کسر $\frac{5}{3}$ است؛ یعنی ۵ تا $\frac{1}{3}$.

ث) چگونه به کمک شکل زیر، کسری را که برابر عدد مخلوط $5\frac{2}{3}$ است پیدا می‌کنیم؟ توضیح دهید.



$1\frac{2}{3} + \frac{2}{3} = \frac{17}{3}$

$5 \times 3 = 15$

$15 + 2 = 17$

$5\frac{2}{3} = \frac{17}{3}$ ⟵

یعنی ۱۷ تا $\frac{1}{3}$ داریم.

با توجه به فعالیت قبل، برای تبدیل یک عدد مخلوط به کسر لازم نیست حتماً شکل بکشیم؛ مثلاً برای تبدیل عدد مخلوط $۲\frac{۳}{۴}$ به کسر روش زیر را به کار می‌بریم.

$$۲\frac{۳}{۴} \longrightarrow \begin{matrix} ۴\times ۲=۸ \\ ۸+۳=۱۱ \end{matrix} \longrightarrow ۲\frac{۳}{۴}=\frac{۱۱}{۴}$$

کسری که صورت آن بزرگ‌تر از مخرجش باشد، کسر بزرگ‌تر از واحد نامیده می‌شود.

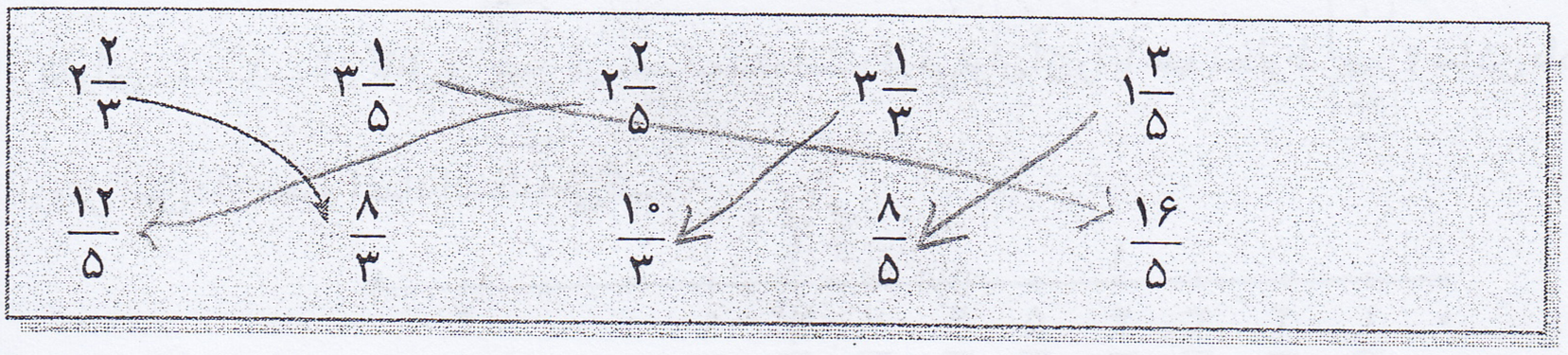
کسرهای $\frac{۱۱}{۴}$ ، $\frac{۵}{۳}$ ، $\frac{۹}{۵}$ همگی بزرگ‌تر از واحدند.

کار در کلاس

۱ــ هریک از عددهای مخلوط زیر را به صورت یک کسر بنویسید :

$۵\frac{۱}{۲}=\frac{۱۱}{۲}$ ، $۲\frac{۲}{۹}=\frac{۲۰}{۹}$ ، $۱\frac{۱}{۴}=\frac{۵}{۴}$ ، $۶\frac{۳}{۵}=\frac{۳۳}{۵}$ ، $۸\frac{۱}{۴}=\frac{۳۳}{۴}$

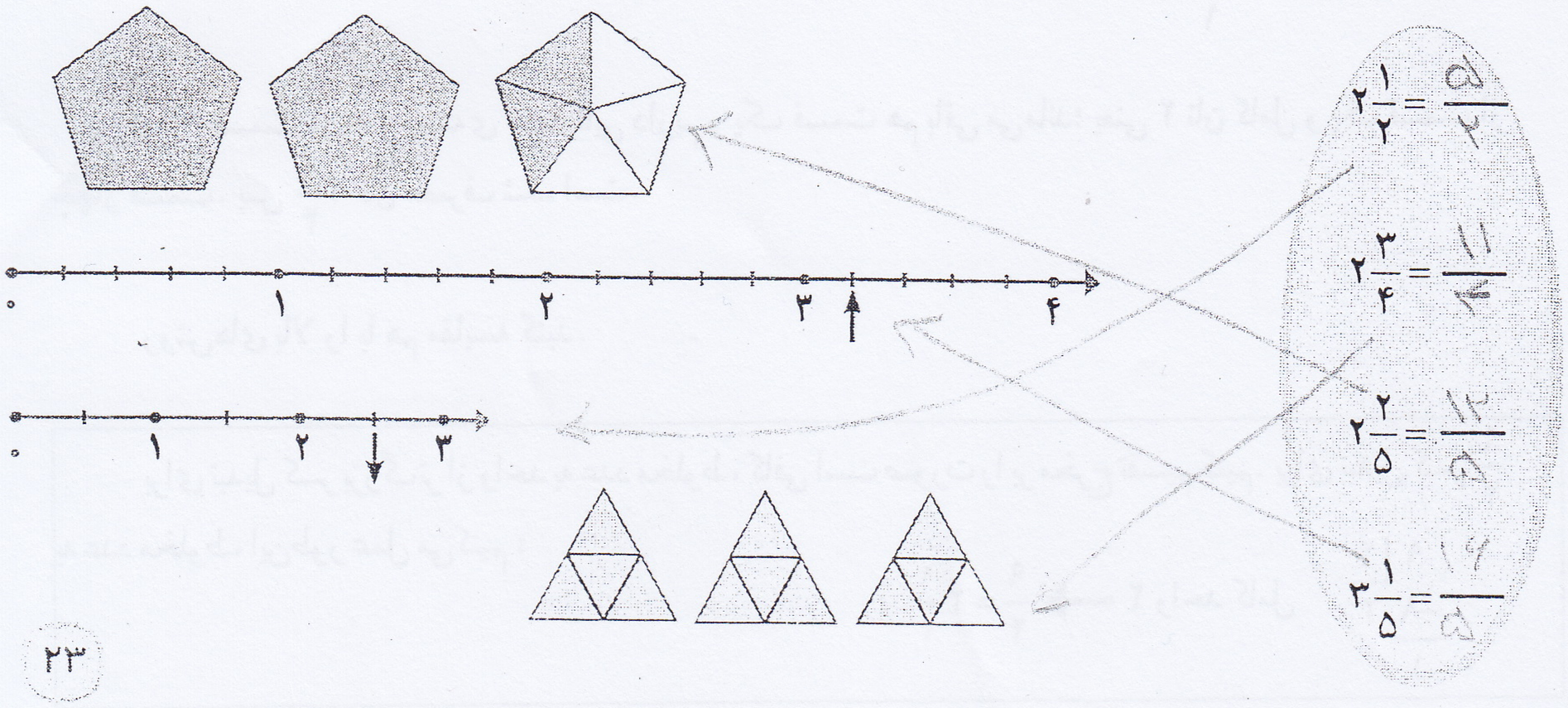
۲ــ مانند نمونه، هر عدد مخلوط را به کسر مساوی آن وصل کنید.



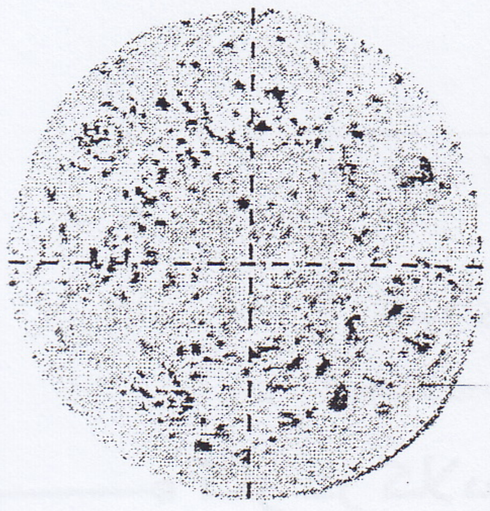
۳ــ با پر کردن جاهای خالی، کسرهای بزرگ‌تر از واحد بنویسید.

$\frac{\boxed{۷}}{۳}$ ، $\frac{\boxed{۱۰}}{۷}$ ، $\frac{\boxed{۶}}{۶}$ ، $\frac{\boxed{۵}}{۲}$ ، $\frac{\boxed{۱۷}}{۵}$ ، $\frac{\boxed{۱۳}}{۴}$

۴ــ شکل‌ها یا نقاط را به عدد مخلوط مناسب آنها وصل کنید. عددهای مخلوط را هم به کسر تبدیل کنید.



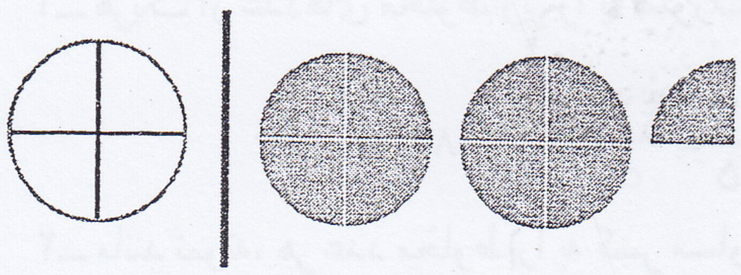
فعالیت



احمد هر نان تافتون را به ۴ قسمت مساوی تقسیم می‌کند و سر سفره می‌گذارد. اگر او و خانواده‌اش برای صبحانه ۹ قسمت نان خورده باشند، چند نان کامل و چه کسری از یک نان مصرف شده است؟

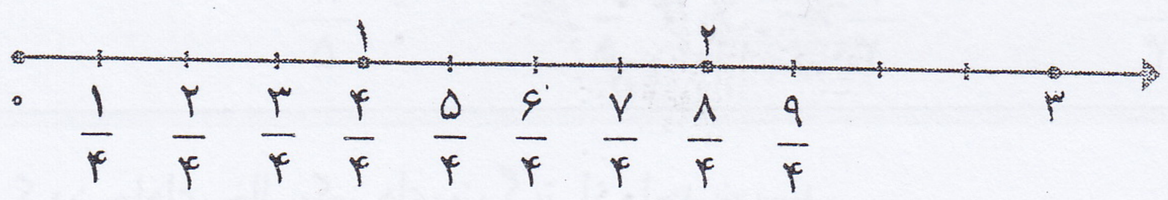
دوستان احمد به روش خود پاسخ این سؤال را به‌دست آوردند. هرکدام از این روش‌ها را توضیح دهید و اگر لازم است، آنها را کامل کنید.

روش آرش: با رسم شکل و تقسیم یک نان به چهار قسمت مساوی می‌توانم جواب را به‌دست آورم.



بنابراین ۲ نان کامل و $\frac{۱}{۴}$ نان مصرف شده است که می‌توان آن را با عدد مخلوط $۲\frac{۱}{۴}$ نمایش داد.

روش امین: از محور اعداد استفاده می‌کنم:



پس ۲ نان کامل و $\frac{۱}{۴}$ نان مصرف شده است.

روش کاظم: فکر می‌کنم کافی است ۹ را بر ۴ تقسیم کنیم:

$$\begin{array}{r|l} ۹ & ۴ \\ -۸ & ۲ \\ \hline ۱ & \end{array}$$

در ۹ قسمت نان، دو دسته‌ی چهارتایی داریم و یک قسمت هم باقی می‌ماند؛ یعنی ۲ نان کامل و یک قسمت از چهار قسمت. پس $۲\frac{۱}{۴}$ نان مصرف شده است.

روش‌های بالا را با هم مقایسه کنید.

برای تبدیل کسر بزرگ‌تر از واحد به عدد مخلوط، کافی است صورت را بر مخرج تقسیم کنیم. برای تبدیل کسر $\frac{۹}{۴}$ به عدد مخلوط، این‌طور عمل می‌کنیم:

$$\begin{array}{r|l} ۹ & ۴ \\ -۸ & ۲ \\ \hline ۱ & \end{array} \quad ۲ \text{ واحد کامل} \longrightarrow \frac{۹}{۴} = ۲\frac{۱}{۴}$$

کار در کلاس

۱ــ کسرهای بزرگ‌تر از واحد زیر را به‌صورت عدد مخلوط بنویسید.

$\frac{۹}{۷} = ۱\frac{۲}{۷}$ $\frac{۱۰}{۸} = ۱\frac{۲}{۸}$ $\frac{۱۱}{۳} = ۳\frac{۲}{۳}$

۲ــ مانند نمونه، هر کسر را به عدد مخلوط تبدیل کنید.

$\frac{۹}{۴} = \frac{۸}{۴} + \frac{۱}{۴} = ۲\frac{۱}{۴}$

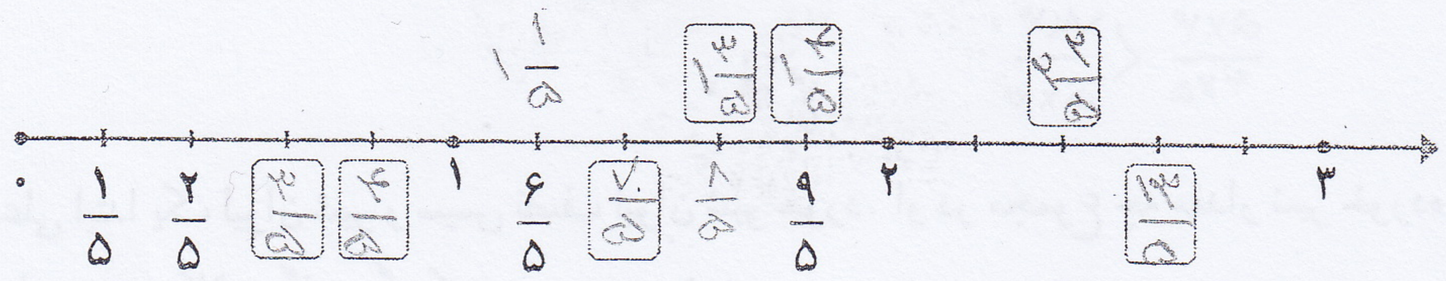
$\frac{۴۷}{۸} = \frac{۴۰}{۸} + \frac{۷}{۸} = ۵\frac{۷}{۸}$

$\frac{۱۸}{۷} = \frac{۱۴}{۷} + \frac{۴}{۷} = ۲\frac{۴}{۷}$

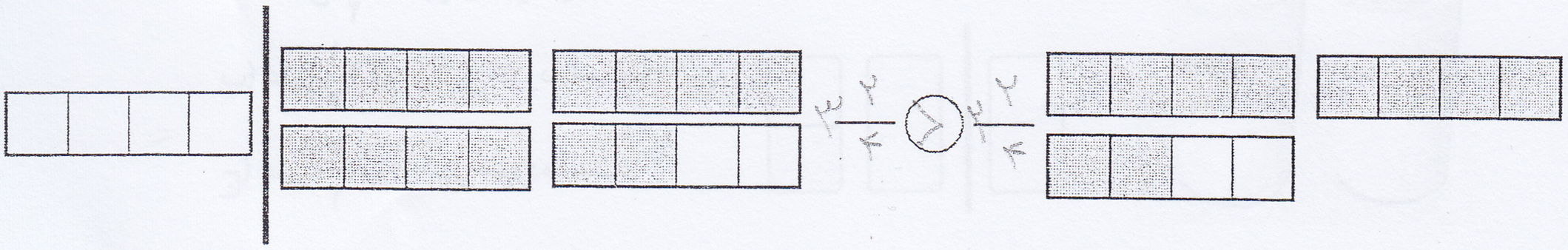
$\frac{۱۵}{۴} = \frac{۱۲}{۴} + \frac{۳}{۴} = ۳\frac{۳}{۴}$

تمرین

۱ــ در محور اعداد زیر، در جاهای خالی کسر یا عدد مخلوط مناسب بنویسید.



۲ــ کسری را که هریک از شکل‌ها نشان می‌دهد، بنویسید و دو کسر را با هم مقایسه کنید.



۳ــ هریک از عددهای مخلوط زیر را به کسر تبدیل کنید.

$۱۰\frac{۳}{۵} = \frac{۵۳}{۵}$ $۱۴\frac{۲}{۳} = \frac{۴۴}{۳}$ $۶\frac{۵}{۱۲} = \frac{۷۷}{۱۲}$

۴ــ هریک از کسرهای زیر را به عدد مخلوط تبدیل کنید.

$\frac{۴۵}{۱۳} = ۳\frac{۶}{۱۳}$ $\frac{۷۲}{۵} = ۱۴\frac{۲}{۵}$ $\frac{۲۹}{۴} = ۷\frac{۱}{۴}$ $\frac{۸۱}{۱۴} = ۵\frac{۱۱}{۱۴}$

۵ــ دور عددهای بزرگ‌تر از $۳\frac{۱}{۲}$ خط بکشید. برای هرکدام دلیل بیاورید.

$\frac{۷}{۴}$ ، $۴\frac{۱}{۵}$ ، $۳\frac{۱}{۳}$ ، $\frac{۷}{۲}$ ، $۲\frac{۳}{۴}$

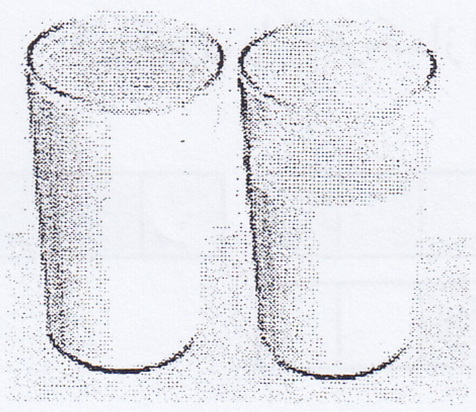
۶ــ در جاهای خالی علامت >، = یا < بگذارید.

$۳\frac{۱}{۳} \bigcirc ۳\frac{۲}{۶}$ $۴ \bigcirc ۳\frac{۴}{۵}$ $۲\frac{۲}{۳} \bigcirc ۲\frac{۲}{۵}$

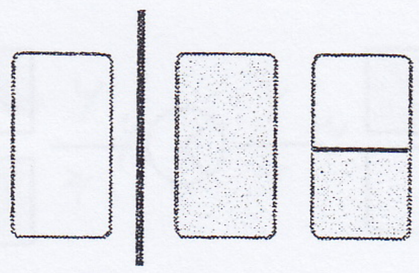
۷ــ کدام‌درست و کدام‌نادرست است؟ دلیل بیاورید.

$\frac{۱۷}{۴} < ۴\frac{۳}{۴}$ $\quad \frac{۱۱}{۵} = ۲\frac{۱}{۵} < \frac{۱۲}{۵}$ $\quad ۴\frac{۵}{۳} = ۴\frac{۷}{۵}$ $\quad ۲\frac{۲}{۵} < ۳\frac{۳}{۵} = \frac{۱۷}{۵}$

۸ــ علی ابتدا یک لیوان شیر و سپس نصف لیوان شیر خورد. او در مجموع چه مقدار شیر خورده است؟ در مورد پاسخ‌های زیر در کلاس گفت‌وگو کنید.

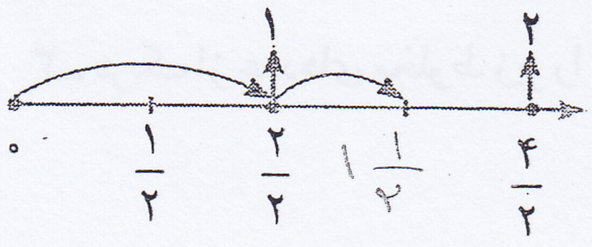


الف) علی $۱+\frac{۱}{۲}$ لیوان شیر خورده است.



ب) علی $۱\frac{۱}{۲}$ لیوان شیر خورده است.

ج) علی $\frac{۳}{۲}$ لیوان شیر خورده است.



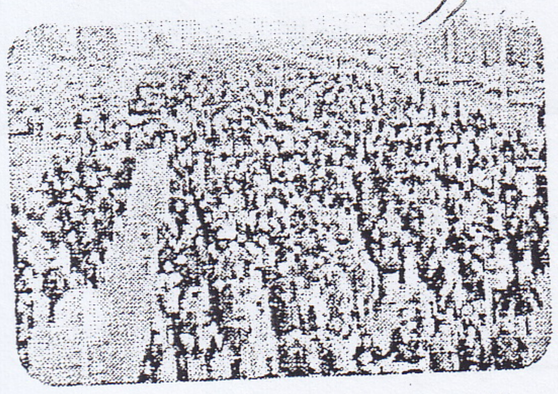
۹ــ عددهای زیر را از کوچک به بزرگ و از چپ به راست مرتب کنید. روش خود را توضیح دهید.

۲ ، $\frac{۱۹}{۵}$ ، $\frac{۱}{۳}$ ، $\frac{۱}{۷}$ ، $\frac{۹}{۵}$ ، $\frac{۹}{۲}$ ، $۱\frac{۱}{۲}$

(راهنمایی : در میان عددهای بالا، $\frac{۹}{۲}$ بزرگ‌ترین و $\frac{۱}{۷}$ کوچک‌ترین است.)

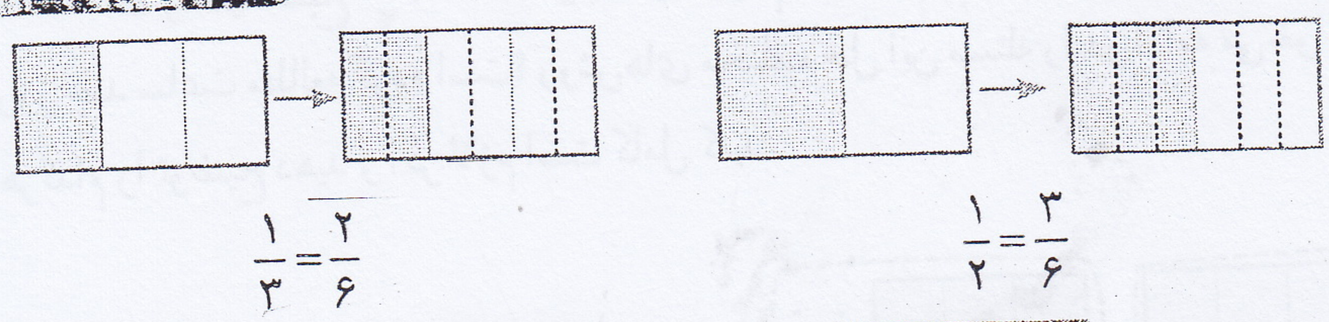
جمع و تفریق عددهای مخلوط

فعالیت



بهنام روز پنجشنبه $\frac{1}{3}$ کیلومتر و روز جمعه $\frac{1}{2}$ کیلومتر پیاده‌روی کرده است. سعید روز پنجشنبه $\frac{2}{3}$ کیلومتر و روز جمعه $\frac{3}{4}$ کیلومتر پیاده‌روی کرده است. هرکدام از آنها در این دو روز روی هم چند کیلومتر پیاده‌روی کرده‌اند؟

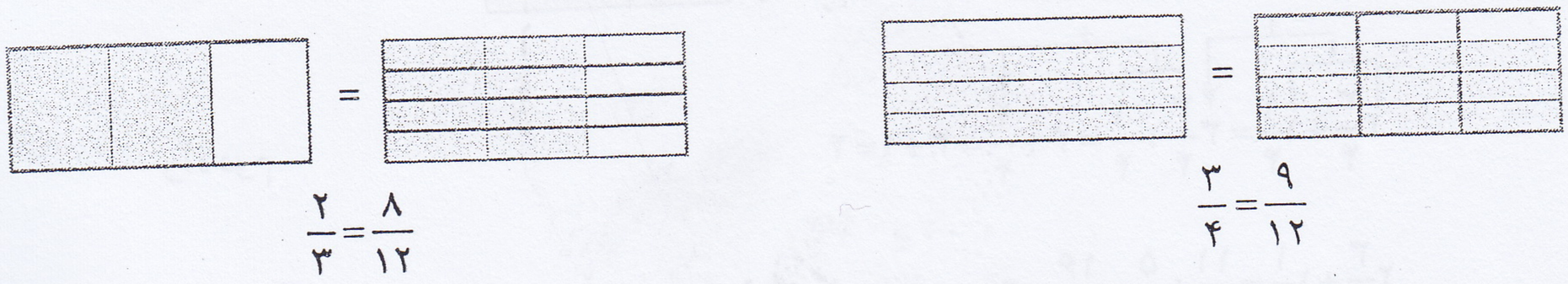
به کمک رسم شکل، یک راه برای محاسبه‌ی مقدار پیاده‌روی بهنام داده شده است. آن را توضیح دهید و کامل کنید.



$\frac{1}{2}=\frac{3}{6}$ $\quad\frac{1}{3}=\frac{2}{6}$

$\frac{1}{3}+\frac{1}{2}=\frac{2}{6}+\frac{3}{6}=\frac{5}{6}$

برای حساب‌کردن مقدار پیاده‌روی سعید از شکل‌های زیر کمک بگیرید. راه حل را به‌طور کامل توضیح دهید.



$\frac{2}{3}=\frac{8}{12}$ $\quad\frac{3}{4}=\frac{9}{12}$

$\frac{8}{12}+\frac{9}{12}=1+\frac{5}{12}=1\frac{5}{12}$

آیا می‌توانید این مسئله را به روش دیگری حل کنید؟



کار در کلاس

مانند نمونه، جمع و تفریق‌های داده شده را انجام دهید. اگر حاصل یک کسر بزرگ‌تر از واحد بود، آن را به‌صورت عدد مخلوط بنویسید.

$\frac{1}{6}+\frac{1}{5}=\frac{5}{30}+\frac{6}{30}=\frac{11}{30}$

$\frac{1}{2}-\frac{1}{7}=\frac{7}{14}-\frac{2}{14}=\frac{5}{14}$

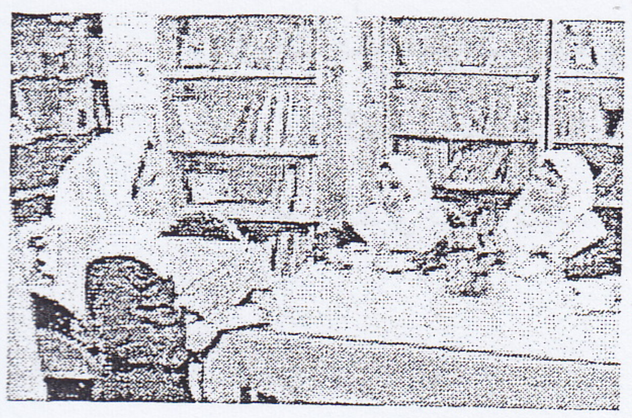
$\frac{7}{4}-\frac{2}{5}=\frac{35}{20}-\frac{8}{20}=\frac{27}{20}=1\frac{7}{20}$

$\frac{3}{2}+\frac{2}{5}=\frac{15}{10}+\frac{4}{10}=\frac{19}{10}=1\frac{9}{10}$

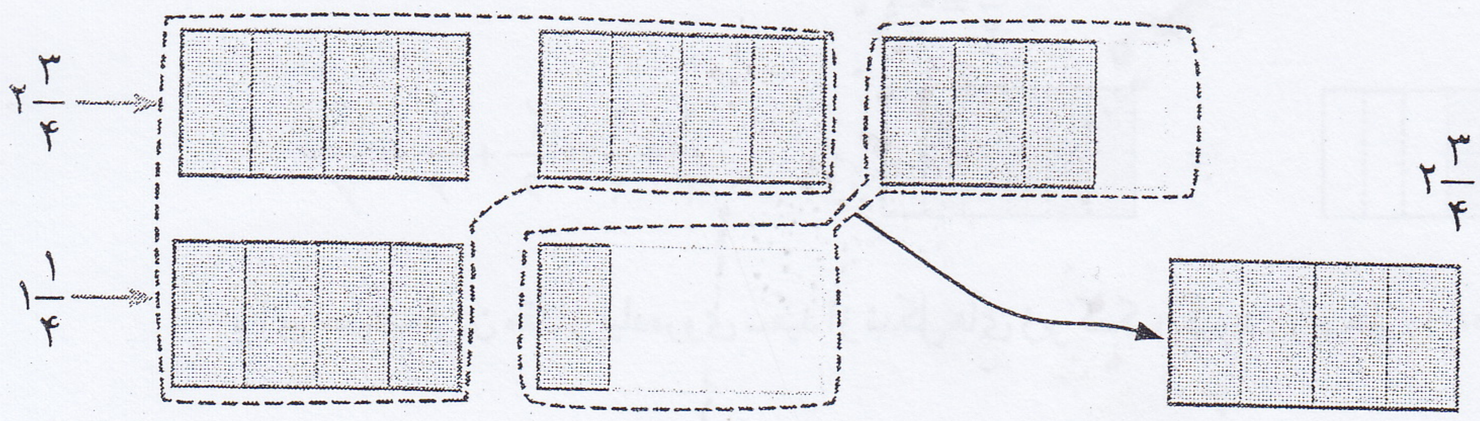
$\frac{11}{2}-\frac{5}{3}=\frac{33}{6}-\frac{10}{6}=\frac{23}{6}=3\frac{5}{6}$

$\frac{3}{8}+\frac{4}{3}=\frac{9}{24}+\frac{32}{24}=\frac{41}{24}=1\frac{17}{24}$

جمع و تفریق اعداد مخلوط



۱ــ راضیه صبح $۲\frac{۳}{۴}$ ساعت و بعداز ظهر $۱\frac{۱}{۴}$ ساعت مطالعه کرده است. او در یک روز چند ساعت مطالعه کرده است؟ روش‌های مختلف حل این مسئله را در ادامه می‌خوانید. هرکدام را توضیح دهید و اگر لازم است کامل کنید.



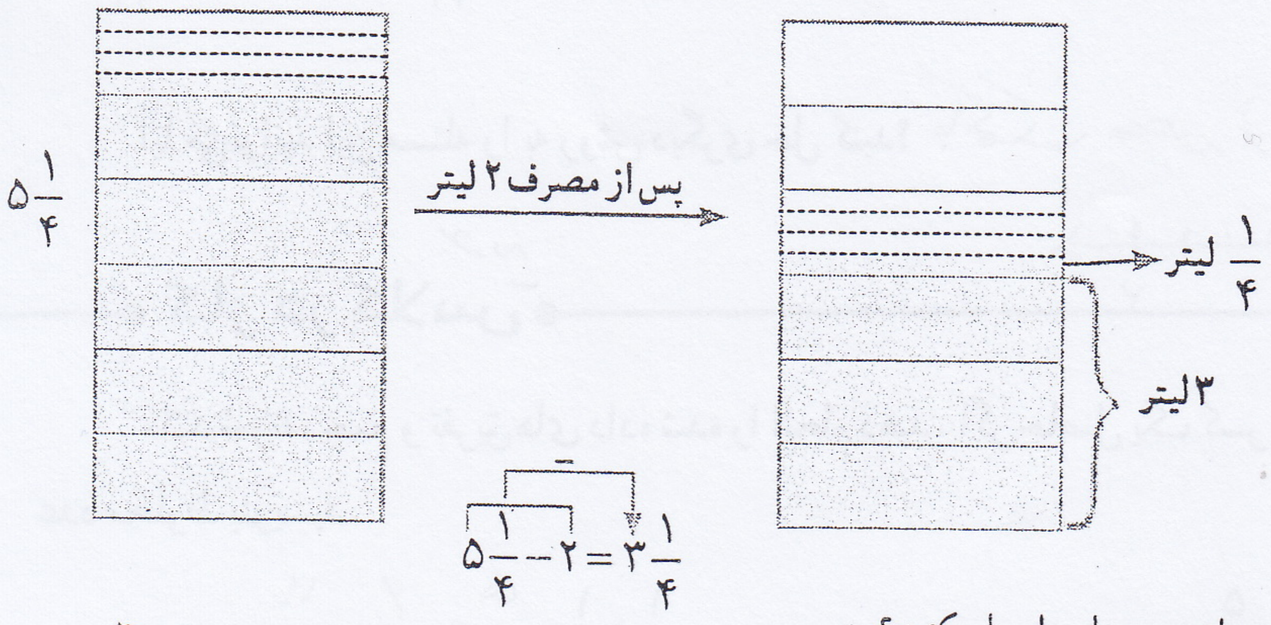
راه اول $۲\frac{۳}{۴}+۱\frac{۱}{۴}=۴$

راه دوم $۲\frac{۳}{۴}+۱\frac{۱}{۴}=۳\frac{۳}{۴}+\frac{۱}{۴}=۳+\frac{۴}{۴}=۳+۱=۴$

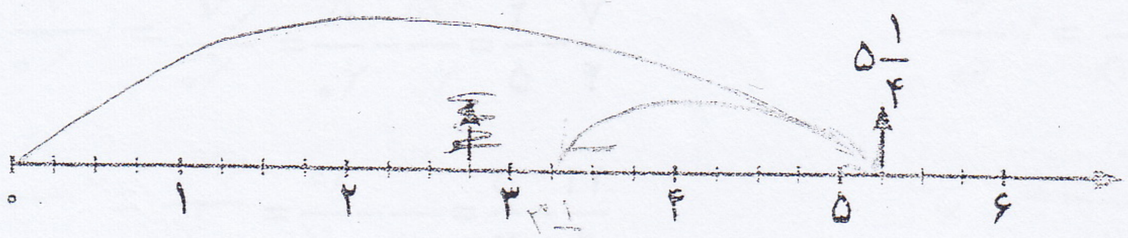
راه سوم $۲\frac{۳}{۴}+۱\frac{۱}{۴}=\frac{۱۱}{۴}+\frac{۵}{۴}=\frac{۱۶}{۴}=۴$

۲ــ در یک ظرف $۵\frac{۱}{۴}$ لیتر آب وجود دارد. اگر ۲ لیتر از این آب مصرف شود، چند لیتر آب در ظرف باقی می‌ماند؟ چند روش برای حل این مسئله نوشته شده است. آنها را توضیح دهید. آیا شما راه‌حل دیگری برای این مسئله می‌دانید؟

الف) به کمک شکل



ب) آیا به کمک محور اعداد می‌توانید مسئله را حل کنید؟



پ) بدون رسم شکل

$۵\frac{۱}{۴}-۲=\frac{۲۱}{۴}-\frac{۸}{۴}=\frac{۱۳}{۴}=$

در سمت چپ جدول، یک نمونه در مورد جمع یا تفریق عددهای مخلوط حل شده است. ابتدا این مثال‌ها را بررسی کنید و سپس، جمع یا تفریق عددهای مخلوط داده شده در سمت راست را به روش دلخواه خود به دست آورید.

$$5\frac{3}{4}+2=7\frac{3}{4}$$

$$5\frac{3}{4}+2=\frac{23}{4}+\frac{8}{4}=\frac{31}{4}=7\frac{3}{4}$$

$$6\frac{2}{5}+4=10\frac{2}{5}$$

$$7\frac{2}{3}-5=2\frac{2}{3}$$

$$7\frac{2}{3}-5=\frac{23}{3}-\frac{15}{3}=\frac{8}{3}=2\frac{2}{3}$$

$$4\frac{3}{5}-2=2\frac{3}{5}$$

$$4\frac{3}{4}-1\frac{2}{4}=3\frac{1}{4}$$

$$4\frac{3}{4}-1\frac{2}{4}=\frac{19}{4}-\frac{6}{4}=\frac{13}{4}=3\frac{1}{4}$$

$$3\frac{2}{3}-1\frac{1}{3}=2\frac{1}{3}$$

$$5\frac{2}{3}+1\frac{1}{4}=6\frac{11}{12}$$

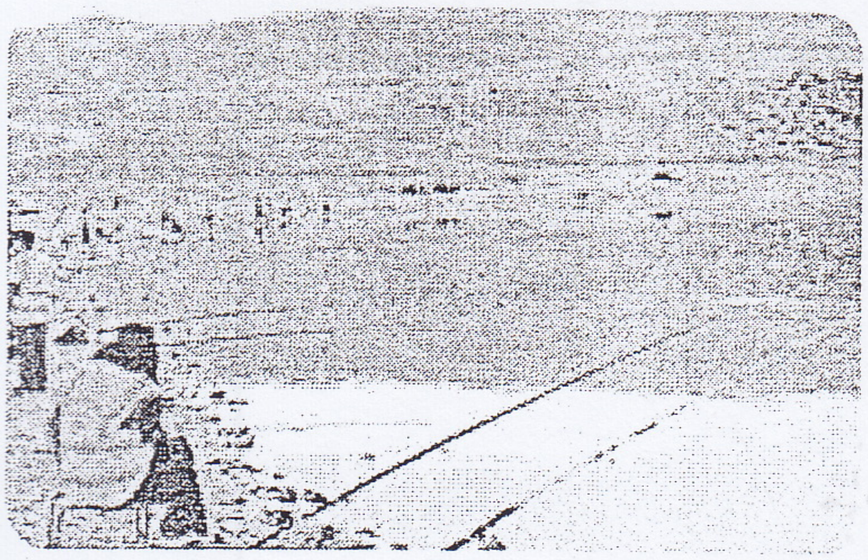
$$5\frac{2}{3}+1\frac{1}{4}=\frac{17}{3}+\frac{5}{4}=\frac{68}{12}+\frac{15}{12}=\frac{83}{12}=6\frac{11}{12}$$

$$2\frac{1}{3}+4\frac{2}{5}=6\frac{11}{15}$$

$$6\frac{2}{5}+2\frac{1}{3}=8\frac{2}{5}+\frac{1}{3}=8\frac{6}{15}+\frac{5}{15}=8\frac{11}{15}$$

$$4\frac{1}{2}+5\frac{3}{8}=9\frac{7}{8}$$

فعالیت

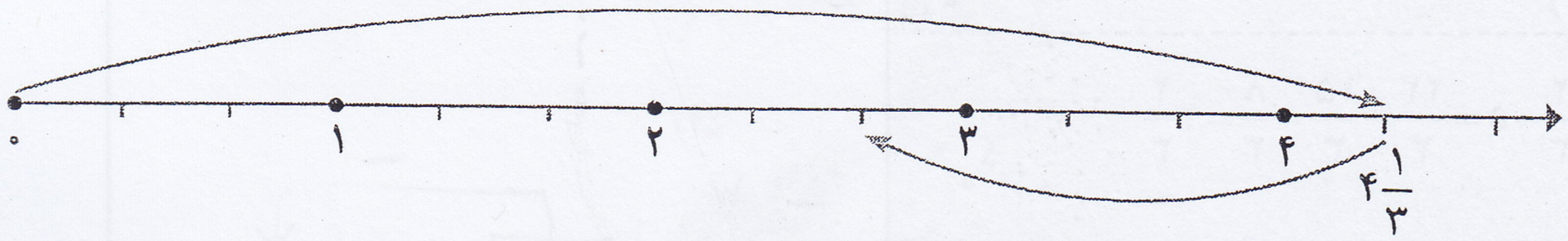


بهمن و مجید به ماهیگیری رفتند. بهمن یک ماهی به وزن $۴\frac{۱}{۳}$ کیلوگرم و مجید نیز یک ماهی به وزن $۱\frac{۲}{۳}$ کیلوگرم صید کرد. وزن ماهی بهمن چقدر بیشتر از وزن ماهی مجید است؟

آنها وقتی می‌خواستند اختلاف وزن دو ماهی را حساب کنند، به مشکل برخوردند:

$$۴\frac{۱}{۳} - ۱\frac{۲}{۳} = (۴-۱) + (\frac{۱}{۳} - \frac{۲}{۳})$$

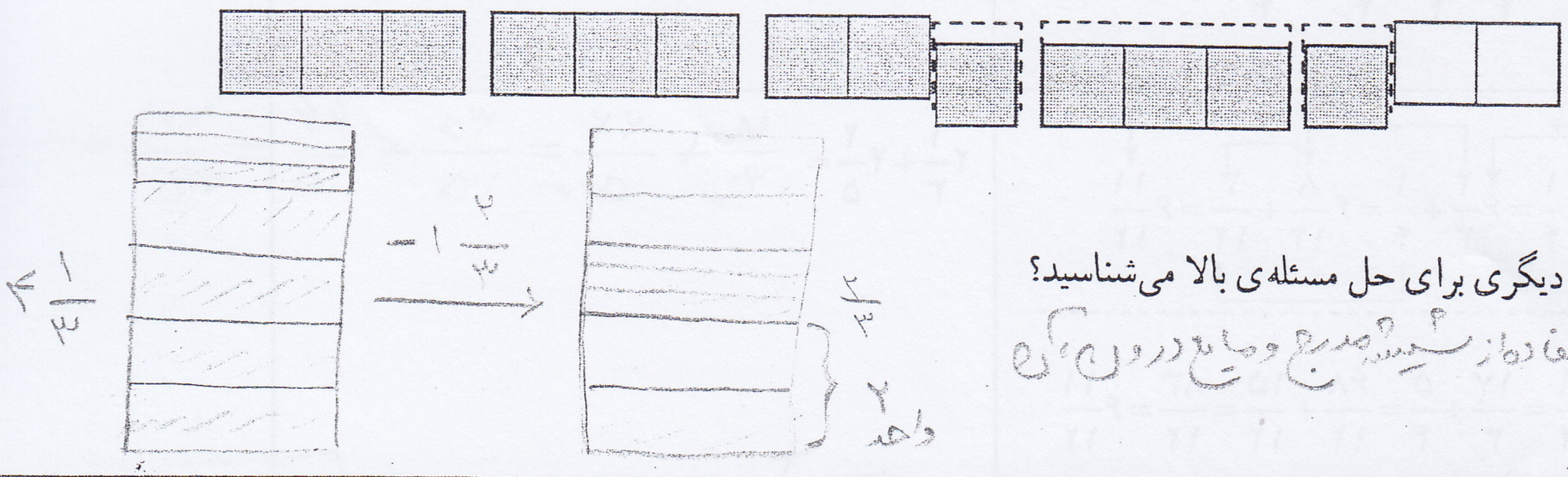
بهمن پیشنهاد کرد که از محور اعداد استفاده کنند. توضیح دهید که چگونه جواب را پیدا کردند؟



مجید گفت: می‌توانستیم عددهای مخلوط را به کسر تبدیل کنیم:

$$۴\frac{۱}{۳} - ۱\frac{۲}{۳} = \frac{۱۳}{۳} - \frac{۵}{۳} = \frac{۸}{۳} = ۲\frac{۲}{۳}$$

چگونه به کمک شکل زیر نیز می‌توانید جواب را پیدا کنید؟ توضیح دهید.



آیا روش دیگری برای حل مسئله‌ی بالا می‌شناسید؟

کار در کلاس

حاصل جمع و تفریق‌ها را پیدا کنید. هرجا لازم است عددهای مخلوط را به کسر تبدیل کنید.

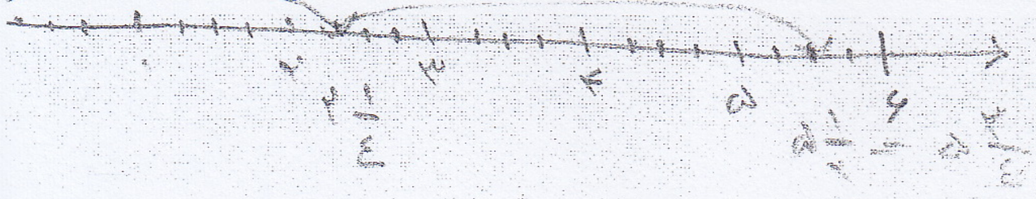
$$۱۴ - \frac{۱}{۴} =$$

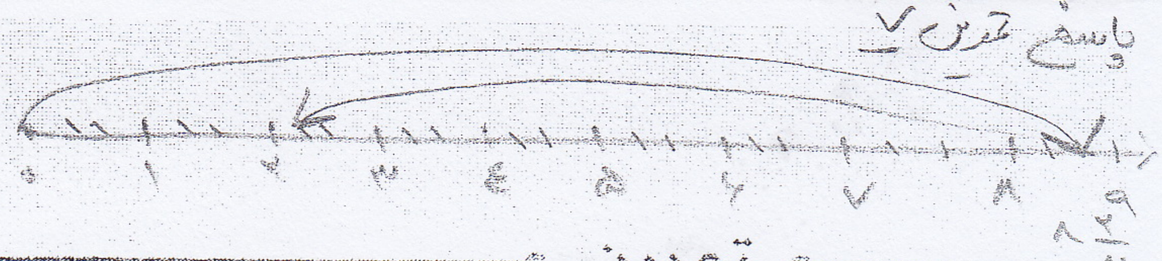
$$۵\frac{۱}{۲} - ۱\frac{۱}{۳} =$$

$$۳ + ۱\frac{۱}{۴} =$$

$$۴\frac{۱}{۶} - ۲ =$$

$$۲\frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۳} =$$





تمرین

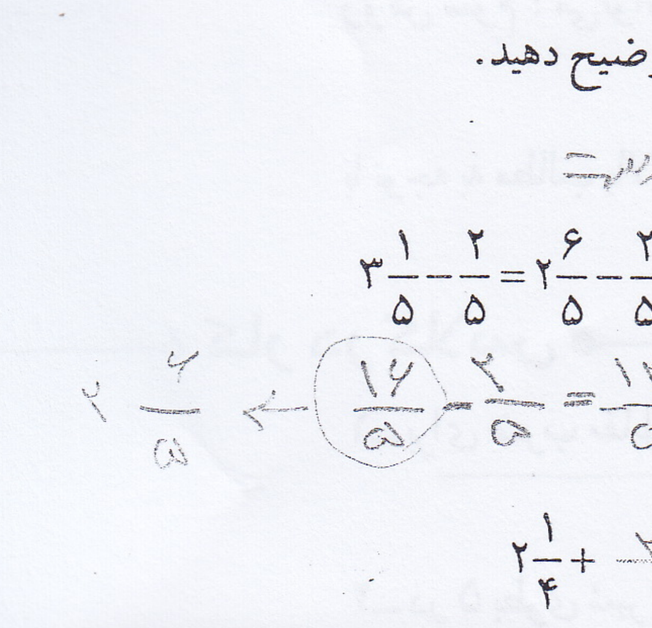
۱ــ حاصل جمع و تفریق‌های زیر را به‌دست آورید.

$۷\frac{۱}{۴}+۱\frac{۱}{۳}=$ $\quad$ $۸-۳\frac{۱}{۴}=$ $\quad$ $۳\frac{۲}{۵}-۲=$ $\quad$ $۷\frac{۱}{۲}+۲\frac{۳}{۴}=$

$۸\frac{۱}{۱۰}-\frac{۷}{۱۰}=$ $\quad$ $۳\frac{۲}{۳}-۲\frac{۱}{۳}=$ $\quad$ $۵\frac{۲}{۵}-۲\frac{۴}{۵}=$ $\quad$ $۵+۱\frac{۲}{۳}=$

۲ــ مریم $۳\frac{۱}{۵}$ ساعت و صدیقه $۱\frac{۱}{۴}$ ساعت رانندگی کردند. مریم چه مدت بیشتر از صدیقه رانندگی کرده است؟
آنها روی هم چند ساعت رانندگی کرده‌اند؟

۳ــ یک مسئله بنویسید که جواب آن حاصل: $۴\frac{۱}{۲}+۱\frac{۱}{۲}$ باشد. حاصل جمع را نیز به‌دست آورید.



۴ــ مینا ۵ کیلوگرم کاغذ باطله و سمانه $۳\frac{۱}{۴}$ کیلوگرم کاغذ باطله تحویل مدرسه دادند.
مینا چه مقدار بیشتر کاغذ تحویل داده است؟

۵ــ کدام‌یک از تساوی‌های زیر درست است؟ توضیح دهید.

$۲\frac{۳}{۵}=\frac{۱۰}{۵}$ $\quad$ $۲\frac{۳}{۵}=\frac{۱۳}{۵}$ $\quad$ $۲\frac{۳}{۵}=\frac{۲۳}{۵}$ $\quad$ $۲\frac{۳}{۵}=\frac{۶}{۵}$

۶ــ حاصل $۳\frac{۱}{۵}-\frac{۲}{۵}$ به سه روش حساب شده است. کدام‌یک از آنها نادرست است؟ توضیح دهید.

$۳\frac{۱}{۵}-\frac{۲}{۵}=۳\frac{۱}{۵}-\frac{۲}{۵}=۲\frac{۶}{۵}$ $\quad$ $۳\frac{۱}{۵}-\frac{۲}{۵}=۲\frac{۱}{۵}$ $\quad$ $۳\frac{۱}{۵}-\frac{۲}{۵}=\frac{۱۶}{۵}-\frac{۲}{۵}=\frac{۱۴}{۵}=۲\frac{۴}{۵}$

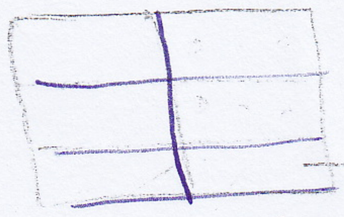
۷ــ در جاهای خالی عدد مخلوط مناسب بنویسید.

$۸\frac{۲}{۳}-\square=۲\frac{۱}{۳}$ $\quad$ $\square+۲\frac{۱}{۴}=۵\frac{۱}{۲}$

(راهنمایی: می‌توانید از شکل یا محور اعداد کمک بگیرید.)



۸ــ یک فرد نیکوکار $\frac{۱}{۲}$ هزینه‌ی ساخت یک مسجد و فرد دیگری $\frac{۱}{۳}$ هزینه‌ی آن را پرداخت کرده است. چه مقدار از هزینه‌ی ساخت باقی مانده است؟



ضرب کسرها

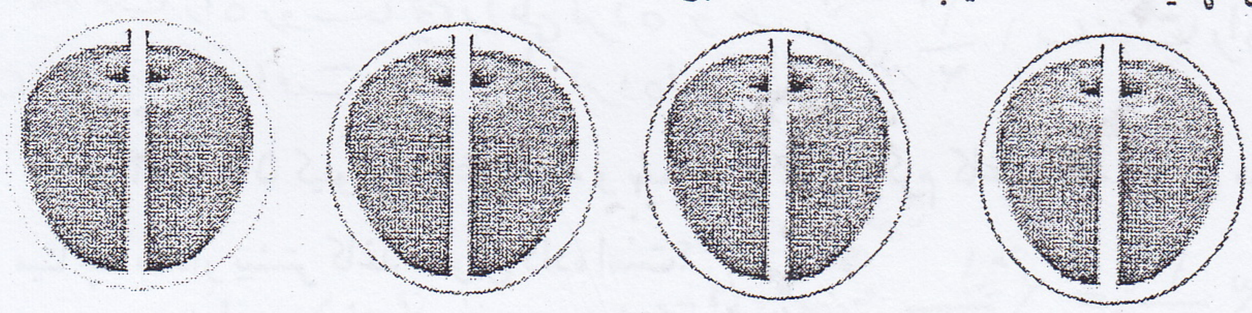
فعالیت



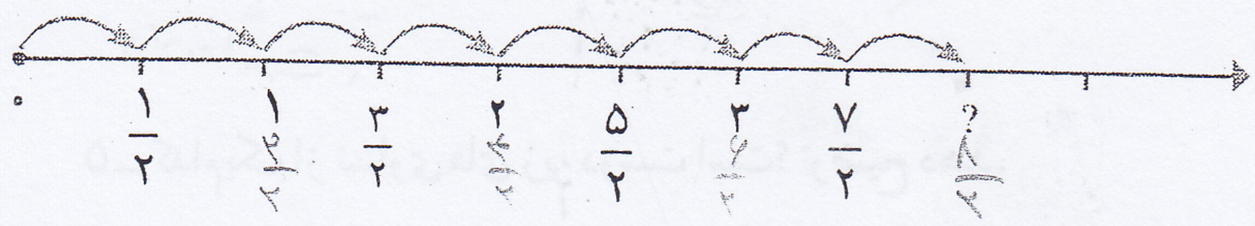
جواد تعدادی سیب داشت. او هرکدام از سیب‌ها را به دو قسمت مساوی تقسیم کرد تا با دوستانش بخورد. اگر سیب‌های تقسیم شده به ۸ نفر برسد، جواد در ابتدا چند سیب داشته است؟ ۴

ابتدا خودتان در مورد این مسئله فکر کنید. سپس، هریک از راه حل‌های زیر را بخوانید و توضیح دهید. اگر لازم است آنها را کامل کنید.

روش اول : به کمک شکل می‌توان فهمید که تعداد سیب‌ها ۴ تا بوده است.



روش دوم :



محور اعداد نشان می‌دهد که باید ۸ را در $\frac{۱}{۲}$ ضرب کنیم. پس داریم :

$۸ \times \frac{۱}{۲} = \frac{۸}{۲} =$ ۴

روش سوم : می‌توانیم ۸ تا $\frac{۱}{۲}$ را با هم جمع کنیم :

$\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۲} = \frac{۸}{۲} = ۴$

با توجه به مطالب بالا، برای ضرب یک عدد در کسر، چه روشی را پیشنهاد می‌کنید؟

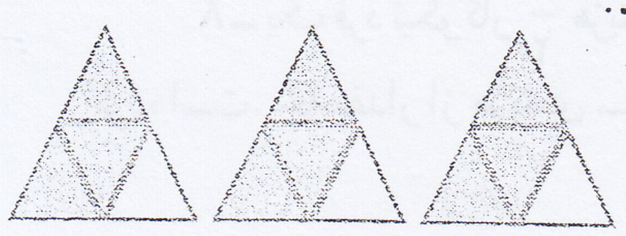
$۴ \times \frac{۱}{۳} = \frac{۴}{۳}$

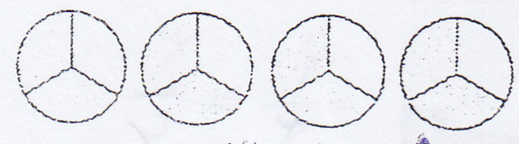
کار در کلاس

۱ـ برای ضرب مقابل، یک شکل بکشید و حاصل ضرب را به‌دست آورید :

۲ـ در ۵ بطری شیر نیم‌لیتری روی هم چند لیتر شیر هست؟

۳ـ برای هرکدام از شکل‌های زیر یک ضرب بنویسید و حاصل را به‌دست آورید.





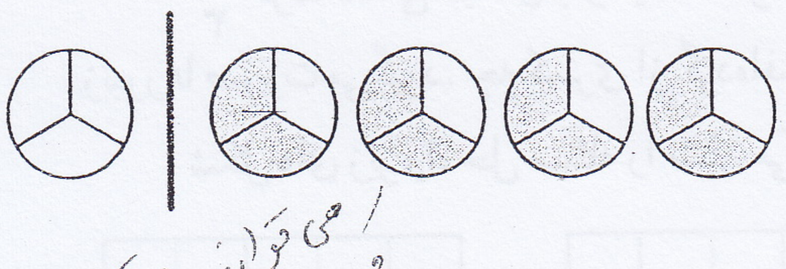
$۷ \times \frac{۲}{۵} = \frac{۱۴}{۵}$

$۵ \times \frac{۱}{۸} = \frac{۵}{۸}$

۴ـ حاصل ضرب‌های زیر را بدون رسم شکل به‌دست آورید.

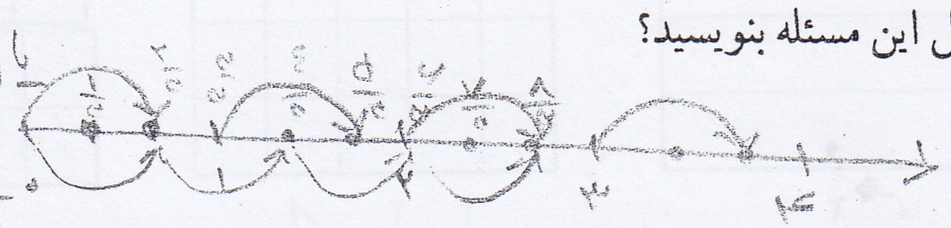
فعالیت

۴ عدد نان داریم. $\frac{۲}{۳}$ نان‌ها مصرف شده است. می‌خواهیم مقدار نان مصرف‌شده را حساب کنیم. یک روش در زیر آمده است. آن را توضیح دهید و کامل کنید.



$\frac{۲}{۳} \times ۴ = \frac{۸}{۳}$

آیا می‌توانید روش دیگری برای حل این مسئله بنویسید؟



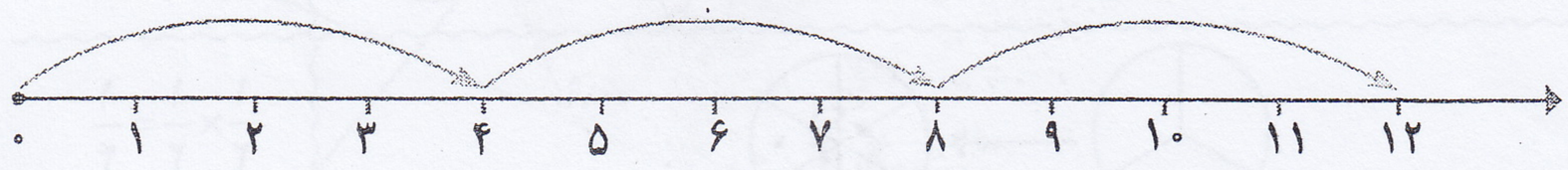
کار در کلاس



۱ــ کلاس پنجم یک مدرسه ۲۴ دانش‌آموز دارد. $\frac{۲}{۳}$ این دانش‌آموزان در کتابخانه‌ی مدرسه ثبت‌نام کرده‌اند. چندنفر از دانش‌آموزان این کلاس در کتابخانه ثبت‌نام کرده‌اند؟

۲ــ حاصل $\frac{۲}{۵} \times ۸$ را به هر روشی که می‌دانید، به‌دست آورید.

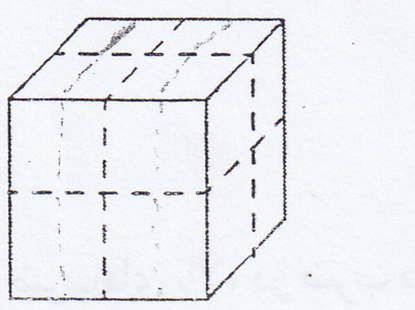
۳ــ با توجه به شکل، در جای خالی عدد یا کسر مناسب بنویسید.

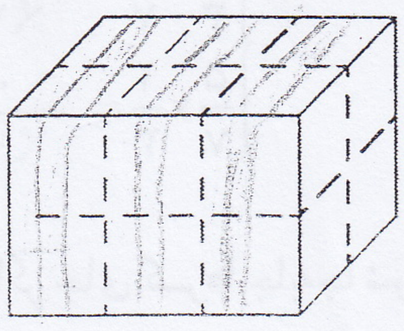


$\frac{۱}{۳}$ عدد ۱۲، برابر ۴ است؛ پس $\frac{۲}{۳}$ عدد ۱۲، برابر ..... است.

۴ــ عبارت روبه‌رو را به کمک چند مثال عددی توضیح دهید. $\frac{\square}{(۳)} \times \triangle = \frac{\square \times \triangle}{(۳)}$

۵ــ هرکدام از شکل‌های زیر را طوری رنگ کنید که ضرب داده شده را نمایش دهد. سپس، حاصل را نیز به‌دست آورید.

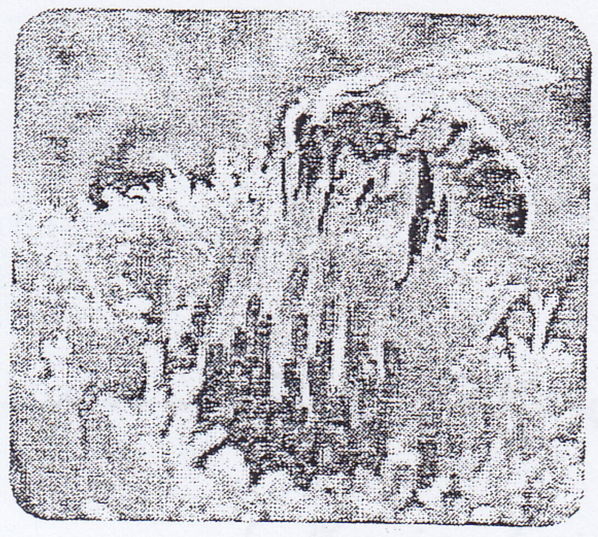


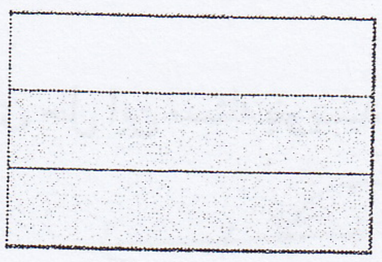


فعالیت

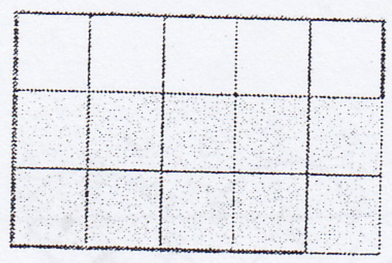
$\frac{۲}{۳}$ گرده‌افشانی گیاهان به‌وسیله حشرات انجام می‌شود. $\frac{۴}{۵}$ گرده‌افشانی که حشرات انجام می‌دهند، توسط زنبورها صورت می‌گیرد. چه کسری از گرده‌افشانی را زنبورها انجام می‌دهند؟

شکل‌های زیر راه حل مسئله را نشان می‌دهند. راه حل را توضیح دهید.

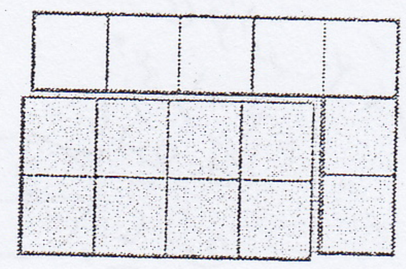




$\frac{۲}{۳}$



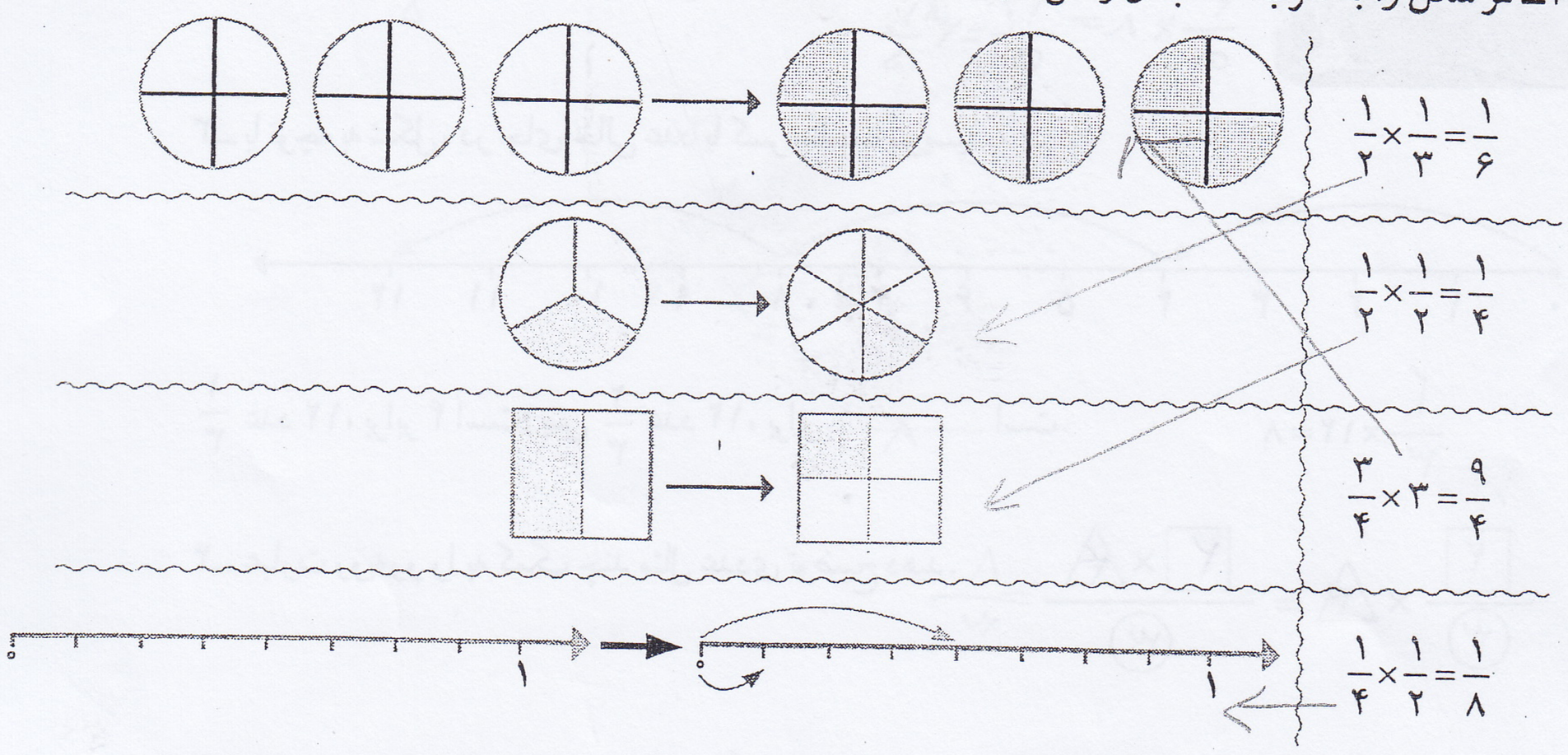
$\frac{۴}{۵} \times \frac{۲}{۳} = \frac{۸}{۱۵}$



با توجه به فعالیت بالا، حاصل‌ضرب دو کسر چگونه به‌دست می‌آید؟ توضیح دهید.

کار در کلاس

۱ــ هر شکل را به ضرب مناسب آن وصل کنید.



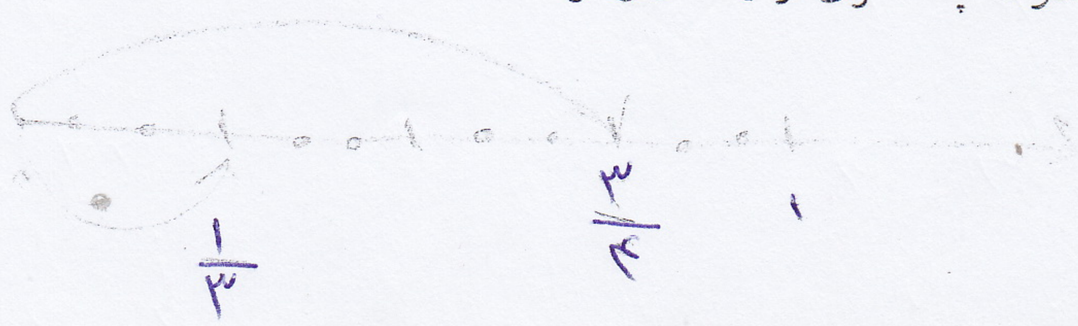
۲ــ حاصل‌ضرب کسرهای زیر را به‌دست آورید.

$\begin{cases} \frac{۲}{۳} \times \frac{۵}{۷} = \frac{۱۰}{۲۱} \\ \frac{۵}{۷} \times \frac{۲}{۳} = \frac{۱۰}{۲۱} \end{cases}$

$\begin{cases} \frac{۱}{۳} \times \frac{۱}{۵} = \frac{۱}{۱۵} \\ \frac{۱}{۵} \times \frac{۱}{۳} = \frac{۱}{۱۵} \end{cases}$

با توجه به ضرب‌های بالا، در ضرب دو کسر اگر جای کسرها جابه‌جا شود، حاصل چه تغییری می‌کند؟

۳ــ فاصله‌ی خانه‌ی رضا تا مدرسه $\frac{۳}{۴}$ کیلومتر است. فاصله‌ی خانه‌ی امیر تا مدرسه $\frac{۱}{۳}$ این فاصله است. فاصله‌ی خانه امیر تا مدرسه چه کسری از یک کیلومتر است؟

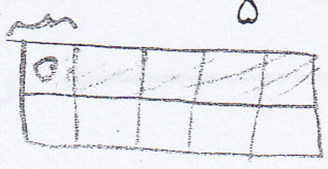


مسئله برای تمرین ۹ قسمت ح) شخصی نصف باغچه‌ی مستطیل شکل خود را گل کاری کرده و از این قسمت نیمی از آن را گل رز کاشت، او چه کسری از کل باغچه را گل رز کاشته است؟

قسمت ط) تمرین سابقه دوچرخه سواری نوذر $\frac{7}{12}$ از آنها کلاه ایمنی بر داشتند چه تفاوتی ...

تمرین

۱ــ کشاورزی زمین مستطیل شکلی را به دو قسمت مساوی تقسیم کرده است و در $\frac{1}{5}$ یکی از قسمت‌ها سبزی کاشته است. او چه کسری از کل زمین را سبزی کاشته است؟



$\frac{1}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{10}$

۲ــ زهره ۴۰۰۰ تومان و ناهید ۳۰۰۰ تومان دارد. زهره $\frac{5}{8}$ از پول خود و ناهید $\frac{7}{10}$ از پول خود را خرج کرده است. کدام‌یک مقدار پول بیشتری خرج کرده است؟



$4000 \div 8 = 500$ — $500 \times 5 = 2500$ پول زهره $\frac{5}{8}$

$3000 \div 10 = 300$ — $300 \times 7 = 2100$ پول ناهید $\frac{7}{10}$

۳ــ $\frac{7}{10}$ کره‌ی زمین از آب تشکیل شده است. $\frac{1}{2}$ این آب‌ها در اقیانوس آرام است. اقیانوس آرام چه کسری از سطح زمین است؟

$\frac{1}{2} \times \frac{7}{10} = \frac{7}{20}$

۴ــ حاصل $\frac{1}{5} \times \frac{7}{8}$ به کدام‌یک از عددهای زیر نزدیک تر است؟ دلیل بیاورید.

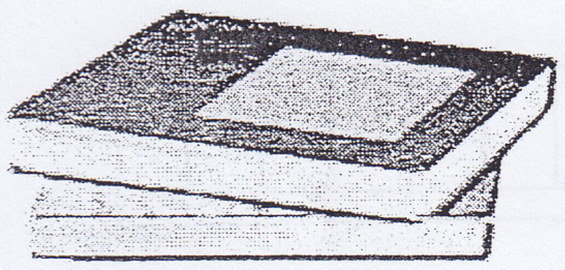
$\frac{1}{2}$ ، ۱ ، $\frac{1}{40}$ ، $\frac{1}{5}$

۵ــ کدام درست و کدام نادرست است؟ دلیل بیاورید.

آ) $\frac{3}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{6}{5}$ نادرست

ب) $\frac{3}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{6}{25}$ درست

ج) $\frac{3}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{6}{10}$ نادرست

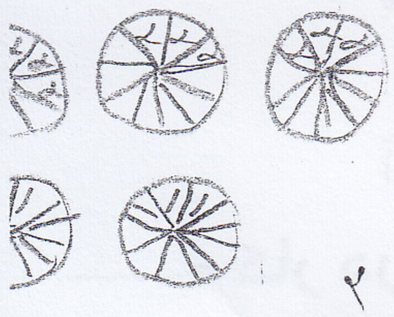


۶ــ مریم $\frac{3}{4}$ از یک کتاب را خواند و نسرین $\frac{1}{2}$ از یک کتاب دیگر را خواند. آیا تعداد صفحاتی که نسرین خوانده است، می‌تواند بیشتر از صفحاتی باشد که مریم خوانده است؟ مثال بزنید.

بازهم سخت

چون صفحات مشخص نیست

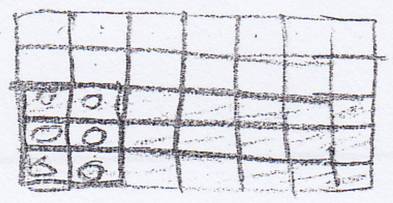
۷ــ حاصل ضرب‌های زیر را به‌دست آورید، برای دو مورد از آنها شکل رسم کنید.



$5 \times \frac{3}{10} = \frac{15}{10}$

$\frac{2}{9} \times 18 = \frac{36}{9}$

$\frac{2}{7} \times \frac{3}{5} = \frac{6}{35}$



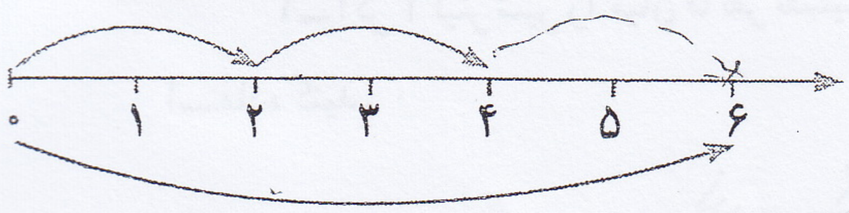
$\frac{3}{4} \times 14 = \frac{42}{4}$

$\frac{4}{5} \times \frac{2}{9} = \frac{8}{45}$

$10 \times \frac{3}{8} = \frac{30}{8}$

۸ــ با استفاده از محور، عبارت زیر را کامل کنید.

$\frac{2}{3} \times \boxed{6} = 4$



۹ــ برای هریک از ضرب های زیر یک مسئله بنویسید و آن را حل کنید.

الف) $4 \times \frac{1}{2} = \frac{4}{2} = 2$

ب) $\frac{2}{3} \times 9 = \frac{18}{3} = 6$

ج) $\frac{1}{2} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{10}$

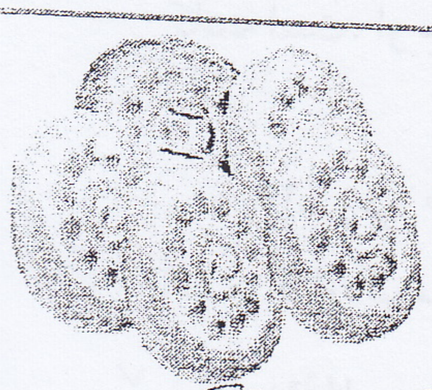
۱۰ــ دو کسر بنویسید که حاصل ضرب آنها، با حاصل‌ضرب $\frac{3}{4} \times \frac{2}{5}$ مساوی باشد. پاسخ خود را با پاسخ‌های هم‌کلاسی‌هایتان مقایسه کنید.

$\frac{2}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{6}{20}$

$\frac{3}{5} \times \frac{2}{4} = \frac{6}{20}$ $\quad$ $\frac{3}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{6}{20}$

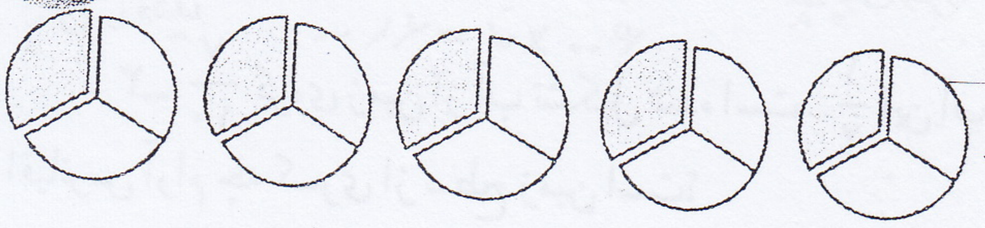
تقسیم کسرها

فعّالیت



۱ــ می‌خواهیم ۵ کلوچه را به‌طور مساوی بین سه نفر تقسیم کنیم. به هرکدام چه مقدار کلوچه می‌رسد؟ راه حل زیر را توضیح دهید و اگر لازم است آن را کامل کنید.

ابتدا هر کلوچه را به سه قسمت تقسیم می‌کنیم:



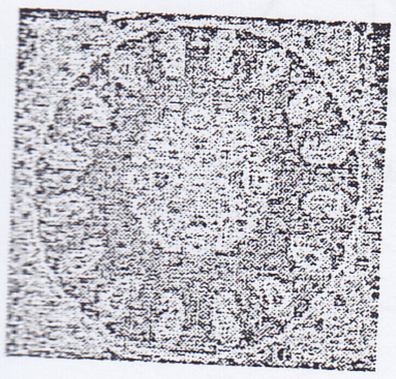
۵ تا $\frac{۱}{۳}$ می‌شود $\frac{۵}{۳}$

سهم هر نفر از یک کلوچه $\frac{۱}{۳}$ کلوچه می‌شود و چون ۵ کلوچه داریم، پس به هر نفر ۵ تا $\frac{۱}{۳}$ کلوچه می‌رسد؛

$$۵ \div ۳ = ۵ \times \frac{۱}{۳} = \frac{۵}{۳} = ۱\frac{۲}{۳}$$

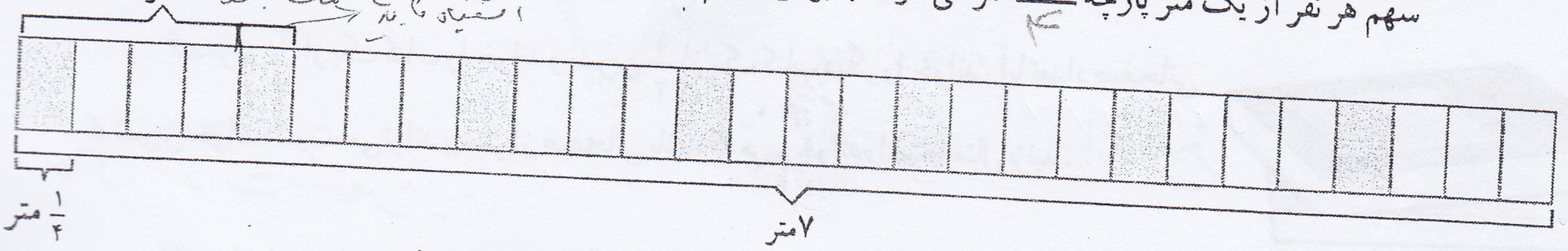
یعنی:

پس به هر نفر $۱\frac{۲}{۳}$ کلوچه می‌رسد.



۲ــ اگر ۷ متر پارچه را میان چهار نفر تقسیم کنیم، به هر نفر چه مقدار پارچه می‌رسد؟ از شکل زیر استفاده کنید و راه حل را توضیح دهید.

سهم هر نفر از یک متر پارچه $\frac{۱}{۴}$ متر می‌شود. بنابراین، سهم هر نفر از کل پارچه $\frac{۷}{۴}$ متر می‌شود.



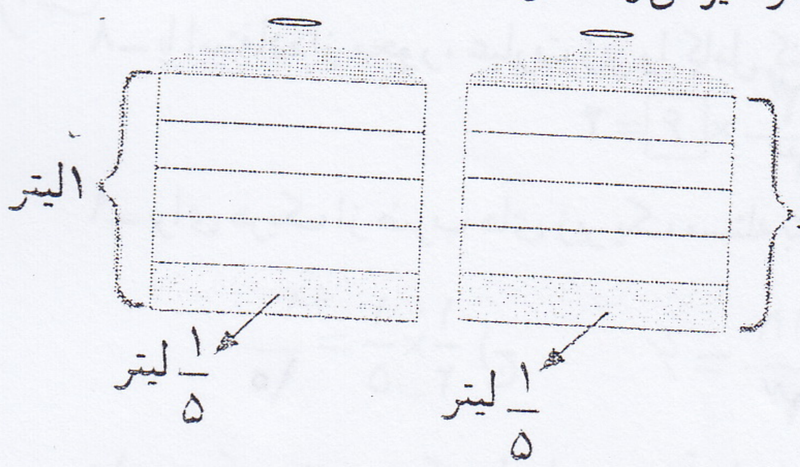
به هر نفر $۱\frac{۳}{۴}$ متر پارچه می‌رسد.

$$۷ \div ۴ = ۷ \times \frac{۱}{۴} = \frac{۷}{۴} = ۱\frac{۳}{۴}$$

آیا می توانید برای حل مسئله های بالا روش های دیگری بنویسید.

کار در کلاس

۱ــ اگر ۲ لیتر شیر را میان ۵ نفر تقسیم کنیم، به هر نفر چه مقدار شیر می‌رسد؟ برای حل مسئله از رسم شکل هم استفاده کنید.



$$۲ \div ۵ = \frac{۲}{۵}$$ لیتر

۲ــ مانند نمونه، هر تقسیم را به یک ضرب تبدیل کنید و حاصل را به‌صورت یک کسر بنویسید.

$$۷ \div ۲ = ۷ \times \frac{۱}{۲} = \frac{۷}{۲}$$

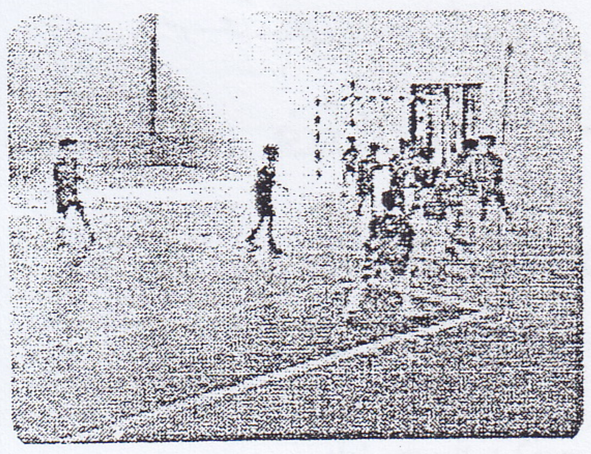
$$۳ \div ۴ = ۳ \times \frac{۱}{۴} = \frac{۳}{۴}$$

$$۹ \div ۴ = ۹ \times \frac{۱}{۴} = \frac{۹}{۴}$$

$$۳ \div ۶ = ۳ \times \frac{۱}{۶} = \frac{۳}{۶}$$

$$۶ \div ۷ = ۶ \times \frac{۱}{۷} = \frac{۶}{۷}$$

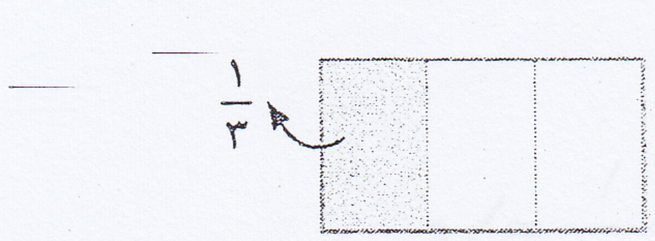
فعالیت

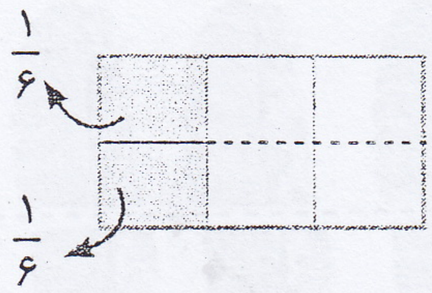


۱ــ $\frac{۱}{۳}$ زمینی را به آموزش و پرورش اهدا کرده‌اند تا در آن دو سالن ورزشی بسازند. قرار است مساحت این دو سالن یکسان باشد. به هر سالن چه کسری از زمین می‌رسد؟

روشی را که دو دانش‌آموز برای حل این مسئله به کار برده‌اند، به دقت مطالعه کنید و توضیح دهید.

ندا : به کمک شکل دیده می شود که سهم هر سالن $\frac{۱}{۶}$ زمین است.

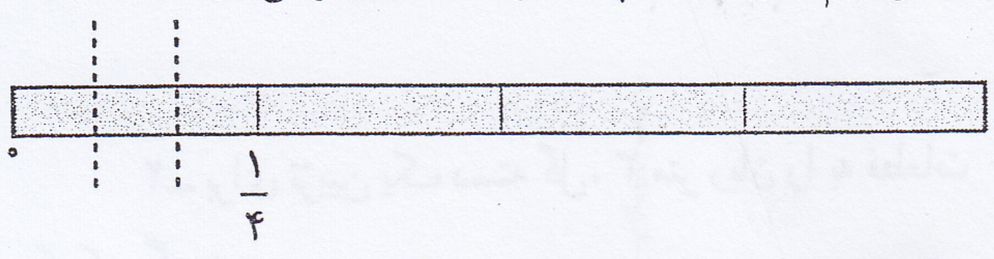




ناهید : باید حاصل $۲ \div \frac{۱}{۳}$ را پیدا کنیم؛ یعنی نصف عدد $\frac{۱}{۳}$ را. به جای این کار می توانیم $\frac{۱}{۲}$ عدد $\frac{۱}{۳}$ را پیدا کنیم. پس، کافی است دو عدد $\frac{۱}{۲}$ و $\frac{۱}{۳}$ را در هم ضرب کنیم؛ یعنی :

$$\frac{۱}{۳} \div ۲ = \frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۳} = \frac{۱}{۳} \times \frac{۱}{۲} = \frac{۱}{۶}$$

۲ــ $\frac{۱}{۴}$ متر از یک کاغذ رنگی را به ۳ قسمت مساوی برش می‌زنیم. هر قسمت چه کسری از یک متر می‌شود؟ به کمک شکل، راه حل را توضیح دهید.

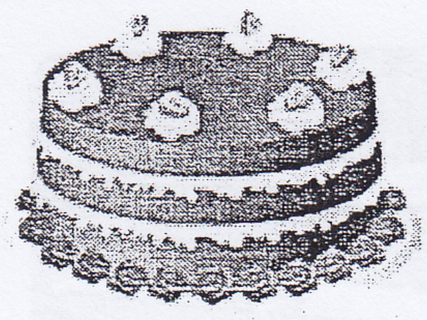


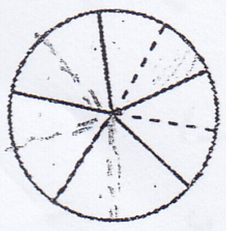
باید حاصل $۳ \div \frac{۱}{۴}$ را پیدا کنیم؛ یعنی $\frac{۱}{۳}$ عدد $\frac{۱}{۴}$ را. برای این کار، کافی است دو عدد $\frac{۱}{۴}$ و $\frac{۱}{۳}$ را در هم ضرب کنیم.

$$\frac{۱}{۴} \div ۳ = \frac{۱}{۳} \times \frac{۱}{۴} = \frac{۱}{۴} \times \frac{۱}{۳} = \frac{۱}{۱۲}$$

کار در کلاس

۱ــ $\frac{۲}{۵}$ یک کیک را به ۴ قسمت مساوی تقسیم کرده‌ایم. هریک از این قسمت‌ها چه کسری از کیک است؟





$$\frac{۲}{۵} \div ۴ = \frac{۲}{۵} \times \frac{۱}{۴} = \frac{۲}{۲۰} = \frac{۱}{۱۰}$$

۲ــ مانند نمونه، هر تقسیم را به ضرب تبدیل کنید و حاصل آن را نیز به‌دست آورید.

$$\frac{۳}{۴} \div ۵ = \frac{۳}{۴} \times \frac{۱}{۵} = \frac{۳}{۲۰}$$

$$\frac{۳}{۸} \div ۴ = \frac{۳}{۸} \times \frac{۱}{۴} = \frac{۳}{۳۲}$$

$$\frac{۷}{۵} \div ۲ = \frac{۷}{۵} \times \frac{۱}{۲} = \frac{۷}{۱۰}$$

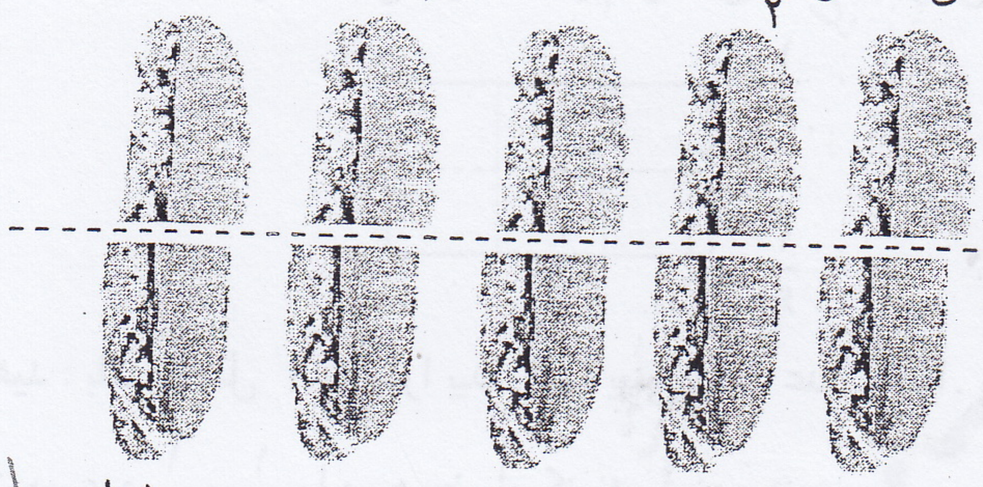
$$\frac{۲}{۳} \div ۶ = \frac{۲}{۳} \times \frac{۱}{۶} = \frac{۳}{۱۸} = \frac{۱}{۹}$$

$$\frac{۱}{۹} \div ۳ = \frac{۱}{۹} \times \frac{۱}{۳} = \frac{۱}{۲۷}$$

فعالیت

۱ــ هانیه در جشن تکلیف خود ۵ ساندویچ الویه را میان مهمان‌ها تقسیم کرد. اگر برای هر نفر $\frac{۱}{۲}$ ساندویچ کافی باشد، این ۵ ساندویچ به چندنفر می‌رسد؟ راه حل را به کمک شکل توضیح دهید.

باید حساب کنیم که در ۵ چندتا $\frac{۱}{۲}$ هست؛ یعنی حاصل $۵ \div \frac{۱}{۲}$ را به‌دست آوریم.

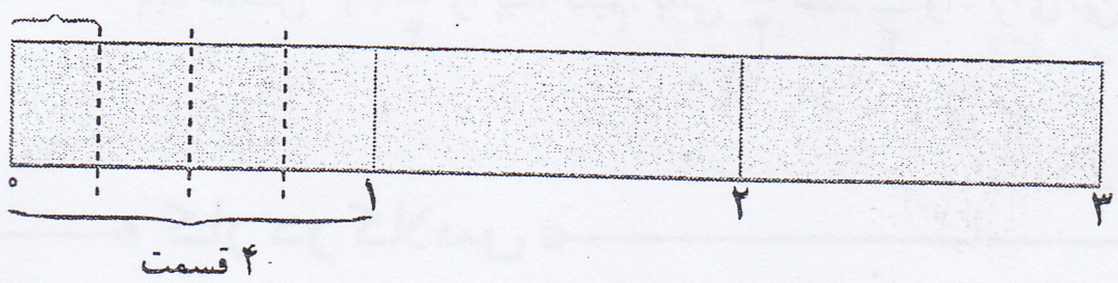


$۵ \div \frac{۱}{۲} = ۱۰$

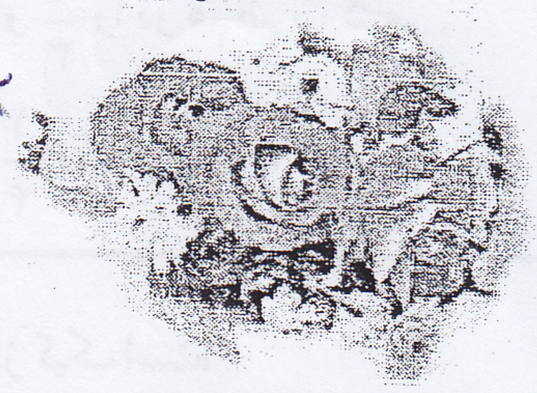
چون هر ساندویچ تا $\frac{۱}{۲}$ ساندویچ است و از طرفی ۵ ساندویچ داریم، پس روی هم ۱۰ تا $\frac{۱}{۲}$ ساندویچ داریم. پس به‌جای تقسیم ۵ بر $\frac{۱}{۲}$ می‌توانیم ۵ را در ۲ ضرب کنیم؛ یعنی:

$۵ \div \frac{۱}{۲} = ۵ \times ۲ = ۱۰$ مهمان

۲ــ برای تزیین یک دسته گل، ۳ متر ربان را به قطعات $\frac{۱}{۴}$ متری برش زدیم. چندتکه ربان به‌دست آمد؟ از شکل کمک بگیرید.

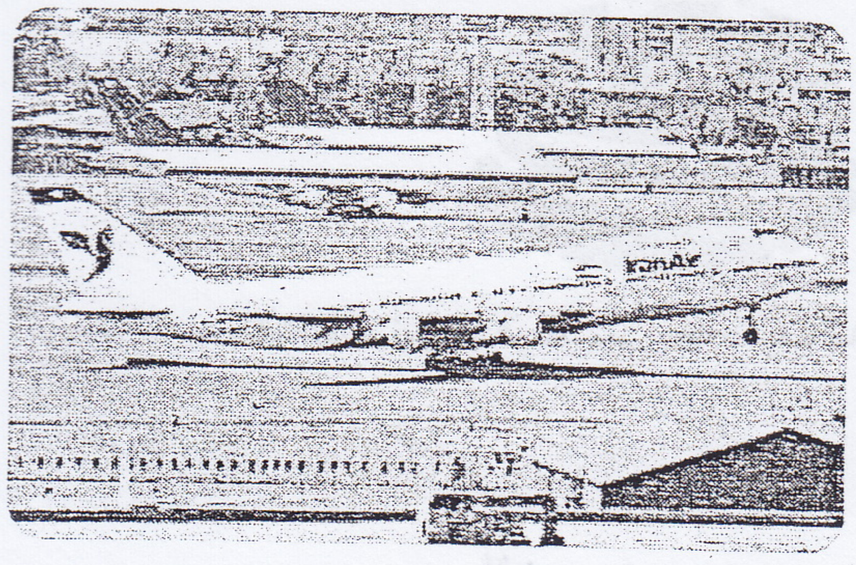


$۳ \div \frac{۱}{۴} = ۳ \times ۴ = ۱۲$



کار در کلاس

۱ــ در فرودگاهی، در هر ربع ساعت یک هواپیما بر زمین می‌نشیند.
در ۲ ساعت، چند هواپیما بر زمین می‌نشیند؟



۲ــ مانند نمونه حاصل را به‌دست آورید.

$۵ \div \frac{۱}{۴} = ۵ \times ۴ = ۲۰$

$۷ \div \frac{۱}{۵} = ۷ \times ۵ = ۳۵$

$۱۲ \div \frac{۱}{۳} = ۱۲ \times ۳ = ۳۶$

$۶ \div \frac{۱}{۹} = ۶ \times ۹ = ۵۴$

$۴ \div \frac{۱}{۸} = ۴ \times ۸ = ۳۲$

$۱ \div \frac{۱}{۴} = ۱ \times ۴ = ۴$

تمرین

۱ــ حاصل تقسیم‌های زیر را به‌صورت یک کسر بنویسید.

$۱۲ \div ۵ = \frac{۱۲}{۵}$ $\quad ۳ \div ۱۲ = \frac{۳}{۱۲}$ $\quad ۲ \div ۷ = \frac{۲}{۷}$ $\quad ۱۵ \div ۸ = ۱۵ \times \frac{۱}{۸} = \frac{۱۵}{۸}$

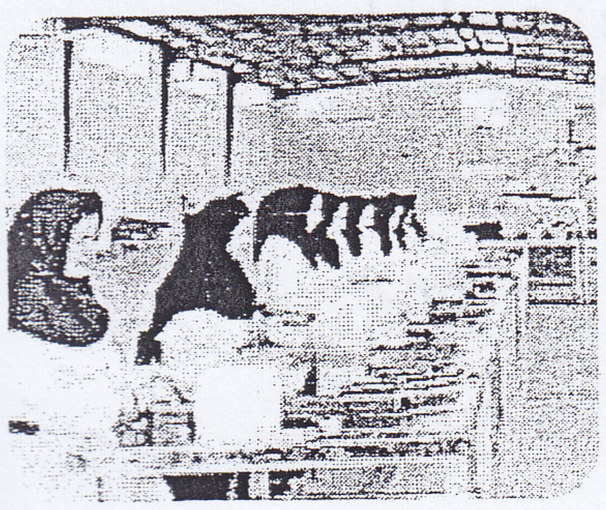
۲ــ حاصل تقسیم‌های زیر را به‌دست آورید.

$\frac{۳}{۷} \div ۲ = \frac{۳}{۷} \times \frac{۱}{۲} = \frac{۳}{۱۴}$ $\quad ۱۸ \div \frac{۱}{۳} = ۱۸ \times ۳ = ۵۴$ $\quad ۱ \div \frac{۱}{۵} = ۱ \times ۵ = ۵$ $\quad \frac{۱}{۲} \div ۷ = \frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۷} = \frac{۱}{۱۴}$

۳ــ جاهای خالی را پر کنید.

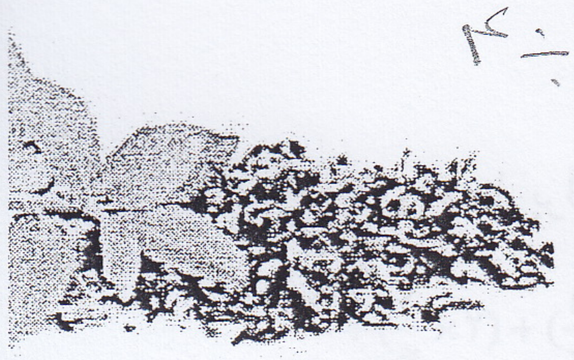
الف) به جای آنکه عددی را بر ۲ تقسیم کنیم، می‌توانیم آن را در کسر $\frac{۱}{۲}$ ضرب کنیم.

ب) به‌جای آنکه عددی را بر ۵ تقسیم کنیم، می‌توانیم آن را در کسر $\frac{۱}{۵}$ ضرب کنیم.



۴ــ $\frac{۱}{۵}$ محصول یک کارخانه‌ی ایرانی به‌طور مساوی به ۴ کشور خارجی صادر شده است. چه کسری از محصول این کارخانه به هریک از این کشورها صادر شده است؟

$۴ \div \frac{۱}{۵} = ۲۰$ $\quad \frac{۱}{۵} \div ۴ = \frac{۱}{۵} \times \frac{۱}{۴} = \frac{۱}{۲۰}$



۵ــ اگر ۴ کیلوگرم چای را در بسته‌های $\frac{۱}{۵}$ کیلوگرمی بریزیم، چند بسته می‌شود؟

$۴ \div \frac{۱}{۲} = ۸$ $\quad \frac{۱}{۳} \div ۶ = \frac{۱}{۱۸}$

۶ــ برای هریک از عبارت‌های زیر یک مسئله بنویسید. سپس حاصل عبارت‌ها را به‌دست آورید.

۷ــ دلیل بیاورید که کدام یک درست و کدام یک نادرست است:

الف) $\frac{۱}{۶} \div ۲ = \frac{۱}{۱۲}$ درست یا $\frac{۱}{۶} \div ۲ = \frac{۱}{۳}$ نادرست

ب) $۴ \div \frac{۱}{۲} = ۸$ درست یا $۴ \div \frac{۱}{۲} = ۲$ نادرست

۸ــ ۴ کیک هم‌اندازه داریم. یک کیک را بین اعضای یک گروه سه نفره و ۳ کیک دیگر را بین اعضای یک گروه ۷نفره تقسیم می‌کنیم. به افراد کدام گروه سهم بیشتری می‌رسد؟ (از رسم شکل هم می‌توانید استفاده کنید.)

۹ــ آیا حاصل $۳ \div \frac{۱}{۲}$ با حاصل $۳ \div \frac{۱}{۲}$ مساوی است؟ دلیل بیاورید.

$۳ \div \frac{۱}{۲} = ۳ \times ۲ = ۶$

$\frac{۱}{۲} \div ۳ = \frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۳} = \frac{۱}{۶}$

ضرب عددهای مخلوط

فعّالیت

در حیاط خانه‌ی سحر، باغچه‌ای مستطیل‌شکل به عرض $۲\frac{۱}{۲}$ متر و طول $۳\frac{۱}{۴}$ متر وجود دارد. سحر و برادرش مساحت این باغچه را حساب کرده‌اند. راه حل هرکدام را توضیح دهید و هر جا لازم است راه‌حل‌ها را کامل کنید.

راه حل سحر : برای پیدا کردن مساحت، طول و عرض را در هم ضرب می‌کنیم؛ بنابراین :

متر مربع $۲\frac{۱}{۲}\times۳\frac{۱}{۴}=\frac{۵}{۲}\times\frac{۱۳}{۴}=\frac{۶۵}{۸}=۸\frac{۱}{۸}$

راه حل برادر سحر :

$۳\frac{۱}{۴}$

$۲\frac{۱}{۲}$

۱ ۱ ۱ $\frac{۱}{۴}$

۱

۱

$\frac{۱}{۲}$ $\frac{۱}{۴}$

متر مربع $=\frac{۱}{۸}+(۲\times\frac{۱}{۴})+(۳\times\frac{۱}{۲})+\overbrace{(۳\times۲)}^{۶}=$ مساحت مستطیل بزرگ

$=۶+\frac{۳}{۲}+\frac{۲}{۴}+\frac{۱}{۸}=۶+\frac{۳}{۲}+\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۸}=$

شما چگونه مساحت را پیدا می‌کنید؟

$\frac{۱}{۸}=\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۴}=$ مساحت قسمت رنگی

کار در کلاس

۱ــ حاصل‌ضرب $۲\frac{۱}{۳}\times۱\frac{۱}{۴}$ را به دو روش به‌دست آورید :

الف) با رسم شکل

۱ ۱ ۳

۱

۱

$\frac{۱}{۴}$

ب) با تبدیل هر عدد مخلوط به کسر، و ضرب آنها $۱\frac{۱}{۴}\times۲\frac{۱}{۳}=\frac{۵}{۴}\times\frac{۷}{۳}=\frac{۳۵}{۱۲}=۲\frac{۱۱}{۱۲}$

۲ــ مانند نمونه، حاصل‌ضرب هردو عدد مخلوط را به‌دست آورید.

$۳\frac{۱}{۲}\times۵\frac{۱}{۳}=\frac{۷}{۲}\times\frac{۱۶}{۳}=\frac{۱۱۲}{۶}=\frac{۵۶}{۳}=۱۸\frac{۲}{۳}$

الف) $۴\frac{۱}{۵}\times۲\frac{۱}{۳}=\frac{۲۱}{۵}\times\frac{۷}{۳}=\frac{۱۴۷}{۱۵}=\frac{۴۹}{۵}=۹\frac{۴}{۵}$

ب) $۶\frac{۲}{۳}\times۷\frac{۱}{۴}=\frac{۲۰}{۳}\times\frac{۲۹}{۴}=\frac{۵۸۰}{۱۲}=۴۸\frac{۴}{۱۲}$

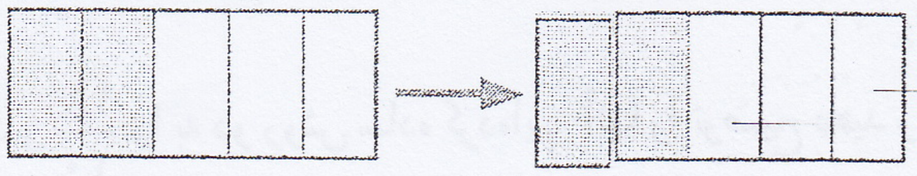
فعّالیت

۱ــ $\frac{۲}{۵}$ دانش‌آموزان یک کلاس در تیم‌های ورزشی مختلف ثبت‌نام کرده‌اند. اگر $\frac{۱}{۲}$ این دانش‌آموزان در تیم فوتبال ثبت‌نام کرده باشند. چه کسری از کل دانش‌آموزان این کلاس در تیم فوتبال ثبت‌نام کرده‌اند. دو راه حل داده شده را بخوانید و با یکدیگر مقایسه کنید.

روش اول :

$$\frac{۱}{۲}\times\frac{۲}{۵}=\frac{۲}{۱۰}=\frac{۱}{۵}$$

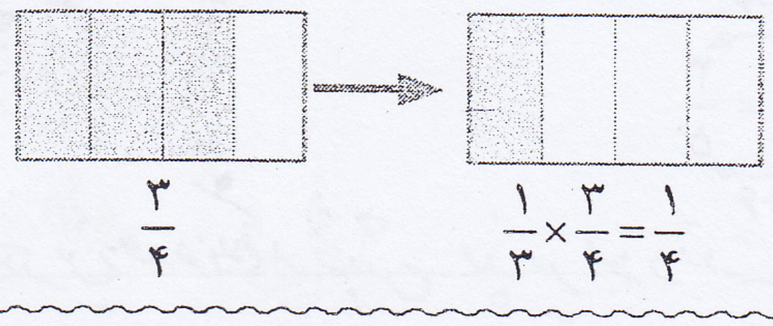
روش دوم : به کمک رسم شکل



$\frac{۲}{۵}$ $\frac{۱}{۲}\times\frac{۲}{۵}=\frac{۱}{۵}$

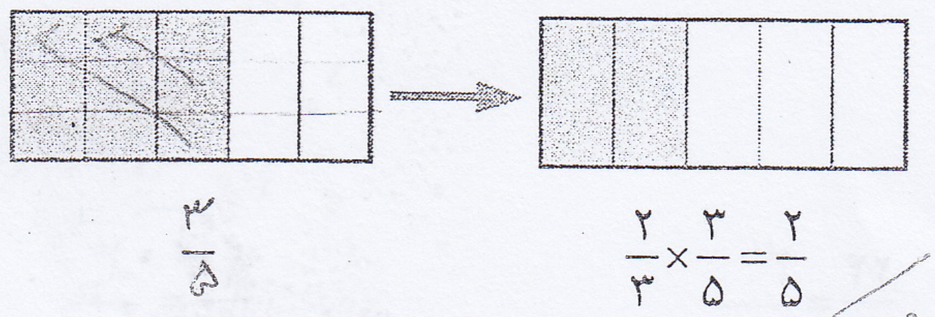
۲ــ ضرب‌های زیر به دو روش انجام شده است. آنها را مقایسه کنید. آیا روش ساده‌تری برای به دست آوردن حاصل این ضرب‌ها می‌شناسید؟

$\frac{۱}{۳}\times\frac{۳}{۴}=\frac{۳}{۱۲}=\frac{۱}{۴}$



$\frac{۳}{۴}$ $\frac{۱}{۳}\times\frac{۳}{۴}=\frac{۱}{۴}$

$\frac{۲}{۳}\times\frac{۳}{۵}=\frac{۶}{۱۵}=\frac{۲}{۵}$



$\frac{۳}{۵}$ $\frac{۲}{۳}\times\frac{۳}{۵}=\frac{۲}{۵}$

درهنگام ضرب دو کسر، اگر صورت یک کسر با مخرج کسر دیگر برابر باشد، می‌توانیم آنها را باهم ساده کنیم و جواب را آسان‌تر به‌دست آوریم.

مثال‌ها :

$\frac{۱}{۲}\times\frac{۲}{۵}=\frac{۱\times۲}{۲\times۵}=\frac{۱}{۵}$

$\frac{۲}{۳}\times\frac{۳}{۵}=\frac{۲\times۳}{۳\times۵}=\frac{۲}{۵}$

کار در کلاس

حاصل ضرب‌های زیر را با ساده کردن به‌دست آورید.

الف) $\frac{۲}{۷}\times\frac{۷}{۴}=\frac{۱}{۲}$

ب) $\frac{۱}{۶}\times\frac{۶}{۵}=\frac{۱}{۵}$

پ) $\frac{۳}{۴}\times\frac{۴}{۸}=\frac{۳}{۸}$

ت) $۱\frac{۱}{۲}\times\frac{۲}{۹}=\frac{۳}{۲}\times\frac{۲}{۹}=\frac{۱}{۳}$

ث) $۱\frac{۳}{۵}\times\frac{۵}{۲}=\frac{۸}{۵}\times\frac{۵}{۲}=\frac{۴}{۱}=۴$

ج) $۳\frac{۲}{۷}\times۱\frac{۳}{۴}=\frac{۲۳}{۷}\times\frac{۷}{۴}=\frac{۲۳}{۴}=۵\frac{۳}{۴}$

فعالیت

۱ــ سه کسر زیر مساوی هستند. سه کسر مساوی با آنها بنویسید. روش خود را هم توضیح دهید.

$\frac{۳}{۵} = \frac{۶}{۱۰} = \frac{۹}{۱۵} = \frac{۱۲}{۲۰} = \frac{۱۵}{۲۵} = \frac{۱۸}{۳۰}$

۲ــ کسر $\frac{۱۸}{۳۰}$ را به دو روش ساده کرده‌ایم. آنها را توضیح دهید و باهم مقایسه کنید.

الف) روش اول :

$\frac{۱۸}{۳۰} = \frac{۶}{۱۰}$ (÷۳) $\qquad \frac{۶}{۱۰} = \frac{۳}{۵}$ (÷۲)

ب) روش دوم :

$\frac{۱۸}{۳۰} = \frac{۳}{۵}$ (÷۶)

چرا روش دوم کوتاه‌تر است؟ چون بزرگترین عددی که صورت و مخرج بر آن بخش‌پذیر است تقسیم شده است.

۳ــ کسرهای زیر را ساده کنید.

$\frac{۲۰}{۵۰} = \frac{۲}{۵}$ (÷۱۰) $\qquad \frac{۲۴}{۴۰} = \frac{۳}{۵}$ (÷۸)

۴ــ به مثال‌های زیر توجه کنید.

$\frac{۲}{۳} \times \frac{۸}{۴} = \frac{۱۶}{۱۲} = \frac{۴}{۳}$ (÷۴)

$\frac{۳}{۵} \times \frac{۱۰}{۷} = \frac{۳۰}{۳۵} = \frac{۶}{۷}$ (÷۵)

حاصل ضرب کسرها چگونه ساده شده است؟ هم صورت و هم مخرج بر عددی تقسیم شده است.

برای به دست آوردن حاصل‌ضرب این کسرها بهتر است از همان ابتدا کسرها را ساده کنیم.

روش انجام این کار در زیر نشان داده شده است. کسرها چگونه ساده شده‌اند؟

$\frac{۲}{۳} \times \frac{۸}{۴} = \frac{۴}{۳}$ $\qquad \frac{۳}{۵} \times \frac{۱۰}{۷} = \frac{۶}{۷}$

کار در کلاس

۱ــ کسرهای زیر را ساده کنید.

$\frac{۴۸}{۵۶} = \frac{۶}{۷}$ (÷۸)

$\frac{۱۲}{۱۵} = \frac{۴}{۵}$

$\frac{۹}{۴} \times \frac{۲}{۱۸} = \frac{۱}{۴}$

$\frac{۳}{۴} \times \frac{۱۸}{۵} = \frac{۲۷}{۱۰}$

$\frac{۲\times۳}{۷\times۸} = \frac{۳}{۲۸}$

۲ــ سه تا از کسرهای زیر باهم مساوی‌اند و یکی از آنها با بقیه مساوی نیست. آنها را با دلیل مشخص کنید.

$\frac{۸}{۱۲}, \frac{۱۲}{۱۸}, \frac{۹}{۱۲}, \frac{۳۲}{۴۸}$

$\frac{۸}{۱۲} = \frac{۱۲}{۱۸} = \frac{۳۲}{۴۸}$

تمرین

۱ــ حاصل‌ضرب‌های زیررا به‌دست آورید. پاسخ خود را ساده کنید.

$۲\frac{۱}{۳} \times ۱\frac{۱}{۵} = \frac{۷}{۳} \times \frac{۶}{۵} = \frac{۱۴}{۵}$

$\frac{۷}{۸} \times ۳\frac{۳}{۲} = \frac{۷}{۸} \times \frac{۹}{۲} = \frac{۶۳}{۱۶} = ۳\frac{۱۵}{۱۶}$

$۴\frac{۲}{۵} \times ۲\frac{۳}{۴} = \frac{۲۲}{۵} \times \frac{۱۱}{۴} = \frac{۲۴۲}{۲۰}$

۲ــ زمینی به شکل مستطیل داریم که طول آن $۹\frac{۳}{۴}$ متر و عرض آن $۵\frac{۱}{۴}$ متر است.

الف) مساحت این زمین را به‌صورت تقریبی به‌دست آورید.

ب) مساحت زمین را با ضرب دو کسر به‌صورت دقیق به‌دست آورید.

۳ــ کسر $\frac{۱}{۲}$ به کدام یک از کسرهای زیر نزدیک‌تر است؟ دلیل بیاورید.

$\frac{۷}{۸}, \frac{۲}{۱}, \frac{۵}{۸}, \frac{۱۲}{۱۶}, \frac{۲۰}{۲۵}$

۴ــ کسرهای زیر را ساده کنید و هرکدام را که مساوی کسر $\frac{۳}{۴}$ است، مشخص کنید.

الف) $\frac{۳۰}{۴۰} = \frac{۳}{۴}$

ب) $\frac{۱۶}{۲۴} = \frac{۲}{۳}$

پ) $\frac{۳۰}{۴۵} = \frac{۶\times۵}{۹\times۵} = \frac{۲}{۳}$

ت) $\frac{۲۴}{۳۶} = \frac{۴\times۴}{۹\times۴} = \frac{۲}{۳}$

۵ــ کسرهای زیر را ساده کنید.

الف) $\frac{۱۲\times۵}{۸\times۴} = \frac{۱۵}{۸}$

ب) $\frac{۱۵\times۱۶}{۸\times۳} = \frac{۱۰}{۱} = ۱۰$

پ) $\frac{۸}{۱۲} \times \frac{۱۶}{۱۴} = \frac{۱۶}{۲۱}$

۶ــ حاصل‌ضرب‌های زیر را ساده کنید.

الف) $\frac{۱}{۵} \times ۲۰ = \frac{۴}{۱} = ۴$

ب) $\frac{۲}{۹} \times ۹ = \frac{۲}{۱} = ۲$

پ) $\frac{۱}{۸} \times ۱۲ = \frac{۳}{۲}$

۷ــ سه کسر بنویسید که با کسر $\frac{۶}{۸}$ مساوی باشند.

$\frac{۶}{۸} = \frac{۹}{۱۲} = \frac{۱۲}{۱۶}$

مرور فصل

فرهنگ نوشتن

۱ــ به هر روشی که می‌توانید، توضیح دهید که کدام‌یک از کسرهای زیر از $\frac{۱}{۲}$ بزرگ‌تر و کدام‌یک از $\frac{۱}{۲}$ کوچک‌تر است.

$$\frac{۲}{۵}, \frac{۴}{۷}, \frac{۴}{۸}, \frac{۵}{۱۸}, \frac{۶}{۱۰}$$

۲ــ چگونه ۳ کیک را بین ۵ نفر تقسیم می‌کنید؟ توضیح دهید.

۳ــ دو روش متفاوت برای مقایسه‌ی دو کسر $\frac{۲}{۵}$ و $\frac{۳}{۷}$ بنویسید.

۴ــ نادر می‌خواهد یک کتاب و یک کیف بخرد. قیمت کتاب نصف پول نادر است و قیمت کیف $\frac{۲}{۳}$ پول نادر است. توضیح دهید که چرا نادر با پول خود نمی‌تواند هم کتاب و هم کیف بخرد؟

تمرین

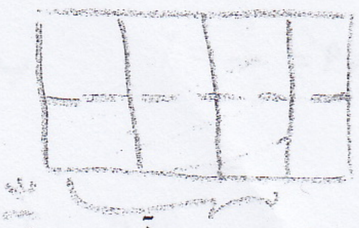
۱ــ اگر $\frac{۱}{۳}$ لیتر آب سرد را با $۱\frac{۱}{۴}$ لیتر آب گرم مخلوط کنیم، روی هم چند لیتر، آب خواهیم داشت؟

۲ــ برای جمع $۵\frac{۳}{۴}+۲\frac{۱}{۴}$ یک مسئله بنویسید که در آن از کلمه‌های «ساعت، کمک و برادر» استفاده شده باشد.

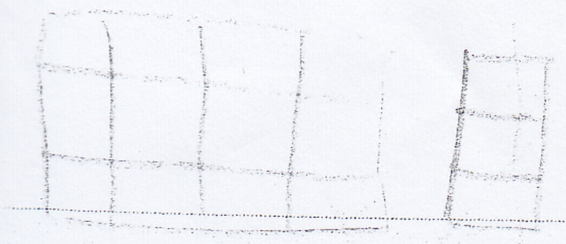
۳ــ سه کسر مختلف مثال بزنید که اگر آنها را در $\square$ قرار دهیم، نامساوی درست باشد.

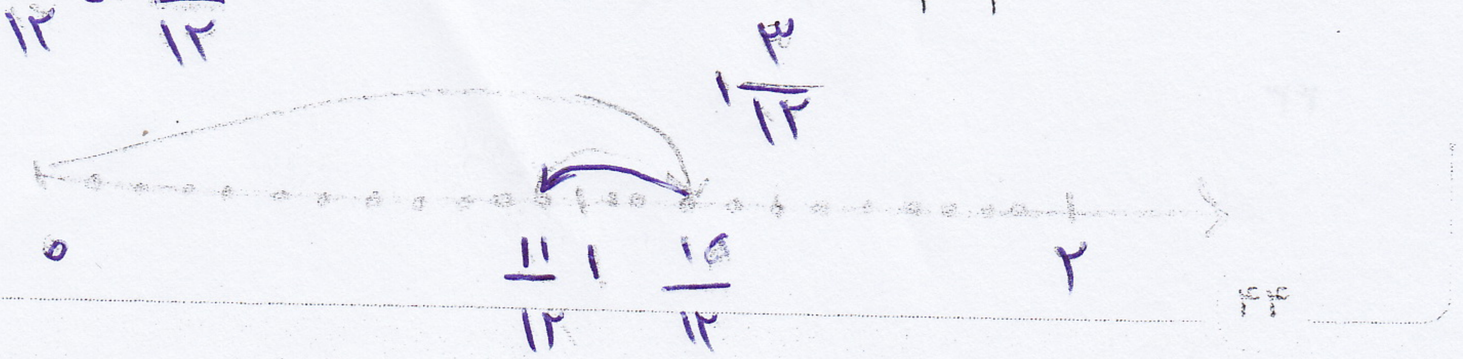
$$۴\frac{۱}{۲}-\square>۳$$

۴ــ اگر $\frac{۳}{۴}$ یک زمین متعلق به محسن باشد و او بخواهد نصف زمین خود را گندم بکارد، چه کسری از کل زمین گندم کاشته می‌شود؟



۵ــ حاصل $\frac{۱}{۳}-۱\frac{۱}{۴}$ را به کمک شکل یا محور اعداد به‌دست آورید.





۶ــ حاصل ضرب‌های زیر را به‌دست آورید. در هنگام ضرب کردن هر جا که امکان دارد، کسرها را ساده کنید.

$$\frac{۱۲}{۵}\times\frac{۲۰}{۳}=\frac{۱۶}{۱}=۱۶$$

$$\frac{۳}{۵}\times\frac{۴}{۳}=\frac{۴}{۵}$$

$$۳\frac{۱}{۵}\times۲\frac{۱}{۶}=\frac{۱۶}{۵}\times\frac{۱۳}{۶}=\frac{۵۴}{۱۵}=۶\frac{۴}{۵}$$

$$\frac{۸}{۱۵}\times\frac{۵}{۲}=\frac{۴}{۳}$$

$$۴\frac{۱}{۲}\times\frac{۵}{۹}=\frac{۹}{۲}\times\frac{۵}{۹}=\frac{۵}{۲}$$

$$\frac{۲}{۷}\times\frac{۱۴}{۳}=\frac{۴}{۳}$$

۷ــ با عددهای مشخص‌شده در جدول یک جمع و تفریق بنویسید. این عددها را با یک رنگ، رنگ‌آمیزی کنید.
در زیر یک نمونه حل شده است.

$۷\frac{۱}{۸}$	$۵\frac{۱}{۲}$	۱۰	$۸\frac{۳}{۸}$
$۹\frac{۱}{۶}$	$۱\frac{۱}{۵}$	$۱\frac{۴}{۵}$	$۴\frac{۳}{۱۰}$
$۲\frac{۱}{۲}$	$\frac{۵}{۶}$	$۴\frac{۳}{۱۰}$	$۱\frac{۱}{۴}$

$$\begin{cases} ۷\frac{۱}{۸}+۱\frac{۱}{۴}=۸\frac{۳}{۸} \\ ۸\frac{۳}{۸}-۷\frac{۱}{۸}=۱\frac{۱}{۴} \end{cases}$$

۸ــ جاهای خالی را پر کنید.

الف) $۱۶\times\frac{۳}{۸}=\frac{\boxed{۶}}{۱}$

ب) $۵\div\boxed{۲}=\frac{۵}{۲}$

ج) $\frac{۱}{۲}\div۸=\frac{۱}{۲}\times\frac{\boxed{۱}}{۸}=\frac{۱}{\boxed{۱۶}}$

د) $۲\frac{۱}{۳}+\frac{\boxed{۲}}{۳}=۳$

ح) $\frac{۵}{۹}=۵\div\boxed{۹}$

و) $\frac{\boxed{۲۳}}{۳}-\frac{۱}{۳}=۲\frac{۱}{۳}$

آیا می‌دانید؟

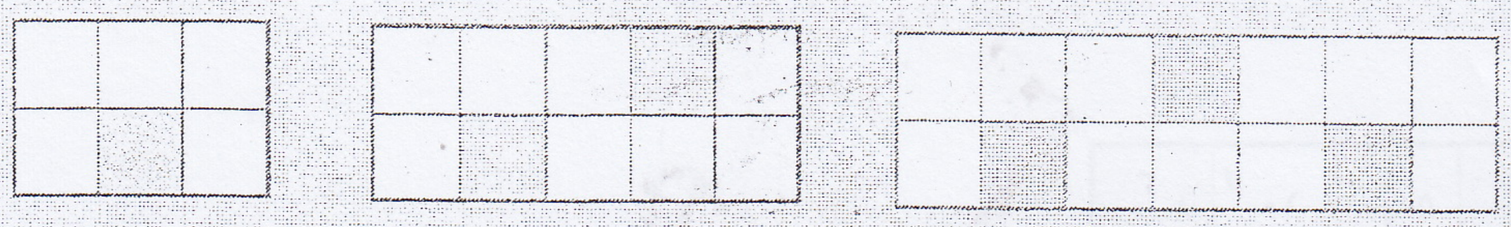


آیا می‌دانید در سال ۱۳۹۳، $\frac{۳}{۵}$ دانش‌آموزان در دوره ابتدایی تحصیل می‌کردند.
آیا می‌دانید که در بین دانش‌آموزان هم قهرمان ملی وجود دارد.
شهید بهنام محمدی دانش‌آموز خوزستانی یکی از قهرمانان ملی کشورمان است.

مرور فصل

معما و سرگرمی

الگوی زیر را درنظر می‌گیریم:



شکل اول　　شکل دوم　　شکل سوم

الف) در شکلِ صدم، چه کسری از شکل رنگ خواهد شد؟

ب) در چندمین شکل، کسر مساحت رنگ شده $\frac{71}{286}$ است؟

فرهنگ خواندن

دانشمندان مسلمان و ایرانی در رشد و گسترش دانش ریاضی نقش مهمی داشته‌اند. برای مثال، ریاضی در دوره‌ی اسلامی با محمدبن‌موسی خوارزمی آغاز شد. او در آثار و نوشته‌هایش از ریاضیات سایر کشورها از جمله یونان و هند و ایران قبل از اسلام استفاده کرد. خط کسری هم که در ریاضی دوره‌ی اسلامی آمده، ابداع محمدبن حصار دانشمند مسلمان است.